Departamento de Ciencias Básicas

Cálculo Integral

Evaluación de Recuperación (trimestre 15-I)

Turno matutino

Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

---

1. Sea f la función
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}, & \text{si } x \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \\ \dfrac{x}{1+x^2}, & \text{si } x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right] \end{cases}$$
y $g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ una función integrable con $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} g(x)\,\mathrm{d}x = 3$ & $\displaystyle\int_1^{\frac{1}{2}} g(x)\,\mathrm{d}x = -3$. Calcular:
$$\int_0^1 \left[f(x) - \frac{g(x)}{3}\right] \mathrm{d}x.$$

2. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x) = -3 + \int_1^{x^2} \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{1+t^4}}.$$
Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto $[1, f(1)]$.

3. Calcular las integrales

   a. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}\,\mathrm{d}x}{1+x^3}$;

   b. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{36-t^2}}{t}\,\mathrm{d}t$;

   c. $\displaystyle\int \frac{2x^2-3x}{x^3-x^2+2x-2}\,\mathrm{d}x$.

4. Argumentar por qué la siguiente integral es impropia y calcularla.
$$\int_0^{\infty} e^{-x} \operatorname{sen} x\,\mathrm{d}x.$$

5. Calcular el área de la región acotada por las parábolas $x + y^2 = 3$ & $4x + y^2 = 0$.

6. La región del plano limitada por $y = x^2$, $y = x^3$ se hace girar alrededor de la recta $y = 2$. Calcular el volumen del sólido de revolución así generado.

7. Sea la función $f : [1, 4] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{x^3}{12} + \dfrac{1}{x}$. Determinar la longitud de la gráfica de f.

---

canek.azc.uam.mx 19/ 5/ 2015/599