Departamento de Ciencias Básicas
Cálculo Integral
Evaluación de Recuperación (trimestre 15-I)
Turno vespertino

Todos los resultados deben mostrar el procedimiento.

---

1. Sea $c \in (0, 1)$una constante, f la función

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \in [0, c); \\ c\left(\dfrac{1-x}{1-c}\right), & \text{si } x \in [c, 1]. \end{cases}$$

y $g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ una función integrable con $\displaystyle\int_0^c g(x)\,\mathrm{d}x = 3$ y $\displaystyle\int_1^c g(x)\,\mathrm{d}x = -2$. Calcular:

$$\int_0^1 \left[2f(x) - \frac{g(x)}{\sqrt{2}}\right] \mathrm{d}x.$$

2. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = 3 + \int_{-x}^{x} e^{-t^2}\,\mathrm{d}t.$$

Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto $[0, f(0)]$.

3. Calcular las integrales

a. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2\theta\,\mathrm{d}\theta}{3 + \sqrt{\tan\theta}}$; b. $\displaystyle\int \frac{\operatorname{arcsec}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$; c. $\displaystyle\int \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)(x^2+2x+2)}\,\mathrm{d}x$.

4. Argumentar por qué la siguiente integral es impropia y calcularla

$$\int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}(1+x)}.$$

5. Calcular el área de la región acotada por las curvas $y = x^2$, $x = y^3$ & $x + y = 2$.

6. La región del plano limitada por $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$ & $y = \ln(x-1)$ se hace girar alrededor de la recta $x = 0$. Calcular el volumen del sólido de revolución así generado.

7. Determinar la longitud de la curva $y = 2\ln\left(\cos\dfrac{x}{2}\right)$ para $x \in \left[0, \dfrac{\pi}{3}\right]$.

Consulta: canek.azc.uam.mx