

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
EVALUACIÓN GLOBAL E3700

(1) Sean las funciones $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = \sqrt{x - 3}$, encontrar dominio de $f(x)$, dominio de $g(x)$, $(g \circ f)(x)$ y dominio de $g \circ f$.

(2) Calcular

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{z + 3z^3}{z^3 + 1}.$$

(3) Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 12} & \text{si } 3 < x \leq 5 \\ -x - b & \text{si } x > 5, \end{cases}$$

encontrar los valores de a y b que hacen continua $f(x)$ en $x = 3$ y $x = 5$.

(4) Calcular

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}{x - a}.$$

(5) Encontrar todos los valores de x para los cuales la tangente a la gráfica de la función $h(x) = 2x^3 - x^2$ es perpendicular a la recta $x + 4y = 10$.

(6) Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$ en el punto $(1, 4)$.

(7) Derivar la siguiente función

$$F(y) = \frac{y^2 \sqrt{1 + y^3}}{1 + y}.$$

(8) Un cohete asciende verticalmente a 880 m/seg cuando está a 400 m de altura. Una cámara fotográfica se encuentra en el suelo a 3000 metros de la torre de lanzamiento. ¿Con qué rapidez está cambiando la distancia de la cámara al cohete en ese instante?

(9) ¿Cuáles son las dimensiones de un recipiente cilíndrico que tiene un volumen de medio litro y cuya área superficial es mínima? (1 litro = 1 dm³).

(10) Sea la función

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

- (a) Encontrar el dominio y raíces de la función
- (b) Encontrar los intervalos en los cuales f es creciente y en los cuales es decreciente
- (c) Halle los valores máximos y mínimos locales de f
- (d) Encuentre los intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo
- (e) Bosquejar la gráfica de la función