

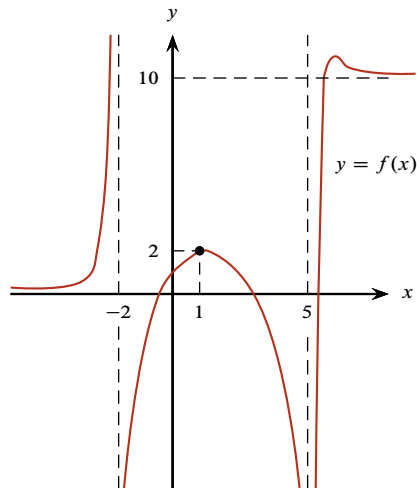
Tipos de discontinuidades

1. Bosqueje la gráfica de una función f que cumpla las siguientes condiciones:

- | | | |
|--|--|---|
| a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$; | d. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$; | g. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$; |
| b. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$; | e. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$; | h. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$. |
| c. $f(1) = 0$; | f. $f(x)$ tiene discontinuidad
removible en $x = 1$; | |

s **d**

2. Considere la gráfica de la función f dada en la figura



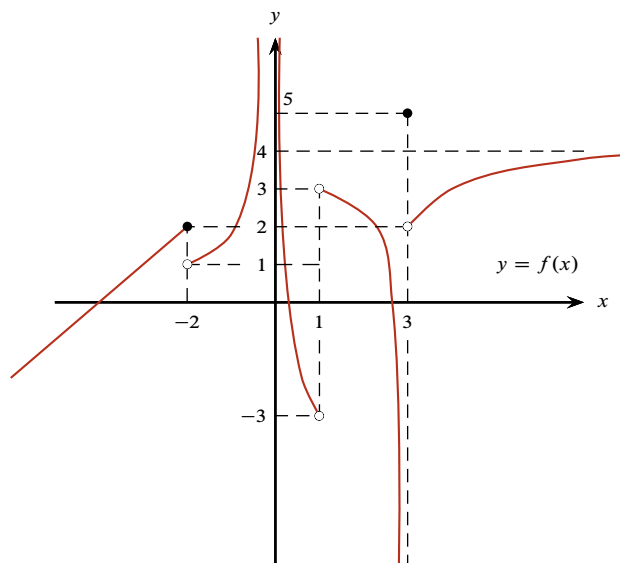
De la gráfica determine los siguientes límites:

- | | | |
|--|---------------------------------------|--|
| a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; | d. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$; | f. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$; |
| b. $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$; | e. $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$; | g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. |
| c. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; | | |

Clasifique las discontinuidades.

s **d**

3. La función f tiene la gráfica siguiente:



a. De la gráfica obtener

- | | | |
|--|---|---|
| i. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$; | v. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; | ix. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; |
| ii. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$; | vi. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; | x. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. |
| iii. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$; | vii. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$; | |
| iv. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; | viii. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$; | |

b. Del inciso anterior clasifique las discontinuidades de la función y escriba las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.

s **d**

4. Dada la función

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 1; \\ 4 & \text{si } x = 1; \\ x^2 - 2 & \text{si } 1 < x \leq 2; \\ 3 & \text{si } 2 < x. \end{cases}$$

Analizar los tipos de discontinuidades en $x = 1$ y en $x = 2$.

s **d**

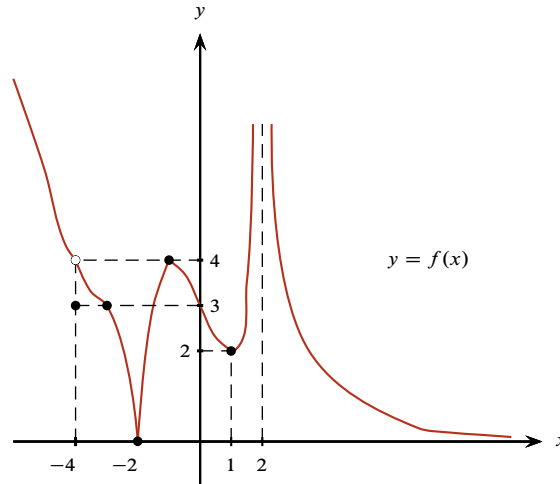
5. Trace la gráfica de una función f que tenga una discontinuidad removible en $x = -2$ y que además satisfaga las condiciones siguientes:

- | | | |
|-----------------|--|--|
| a. $f(0) = 3$; | d. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$; | f. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; |
| b. $f(4) = 0$; | e. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$; | g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. |
| c. $f(6) = 0$; | | |

s **d**

6. A partir de la gráfica de f , determine:

- Los puntos de discontinuidad y su clasificación.
- Las ecuaciones de las asíntotas verticales y las ecuaciones de las asíntotas horizontales.



s **d**

7. Bosqueje una posible gráfica de una función f que cumpla con las siguientes condiciones:

- $f(x) = 1$ si $4 < x < 6$;
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$;
- $f(-2) = 0$;
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ y $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$;
- $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 1$.

Señale los puntos de discontinuidad esencial.

s **d**

8. Si $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$, ¿qué tipo de discontinuidad hay en $x = 0$? ¿esencial? ¿removible?

Justifique su respuesta.

s **d**

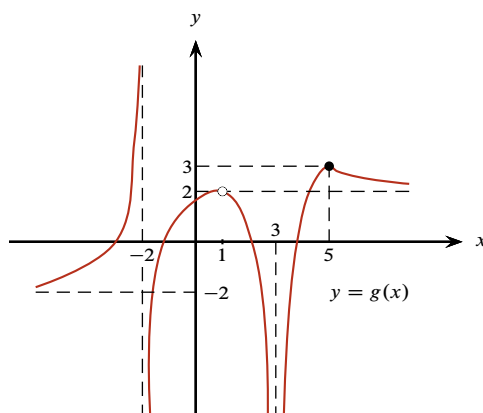
9. Sea $(-\infty, 4) - \{-4\}$ el dominio de una función f . Trace una posible gráfica de esa función que cumpla con las condiciones siguientes:

- Los puntos $(-3, 2)$, $(-5, 0)$, $(1, 0)$ & $(3, 0)$ están en su gráfica.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$.
- $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = +\infty$.
- $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -2$.

A partir de la gráfica, determine y clasifique los puntos de discontinuidad de la función f .

s **d**

10. A partir de la gráfica de la función g que observamos a continuación



determine:

a. $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x)$;

c. $\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$;

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$;

b. $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x)$;

d. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$;

f. $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

Puntos de discontinuidad y su clasificación.

Ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.

s d

11. Sea la función

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 2x - 8}.$$

Encontrar y clasificar las discontinuidades. Determinar las asíntotas verticales y horizontales.

s d

12. Dada $f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x^2 + 4x - 5}$, obtener:

a. Puntos de discontinuidad y su clasificación.

b. Asíntotas verticales y horizontales.

c. Esbozo de la gráfica.

s d

13. Dibujar la gráfica posible de la función f que cumpla las condiciones siguientes:

a. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$;

b. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$;

c. $f(x)$ tiene una discontinuidad removible en $x = 0$;

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$;

e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$.

s d