

## Tipos de funciones

1. Dada la función  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ , señale si es par, impar o ninguna de las dos cosas.

s  d 2

2. Dada la función  $f(x) = \sqrt[4]{x^3 - x}$ , señale si es par, impar o ninguna de las dos cosas.

s  d 3

3. Dada la función  $f(x) = \frac{2x^3 - x}{x^2 + 1}$ , señale si es par, impar o ninguna de las dos cosas.

s  d 4

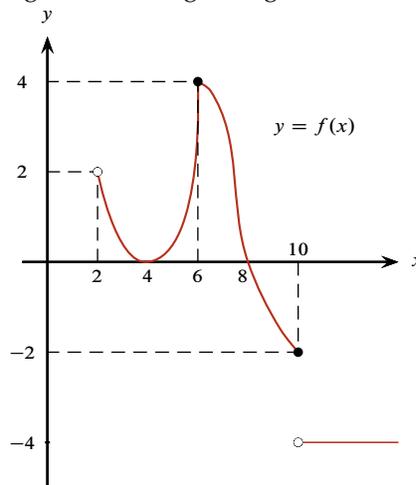
4. Si  $f$  es par ¿será  $g(x) = (x^2 + 1)f(x)$  par?

s  d 5

5. Si  $f$  &  $g$  son impares ¿será  $h(x) = (f + g)(x)$  impar?

s  d 6

6. La función  $f$  es par, y parte de su gráfica es la figura siguiente:

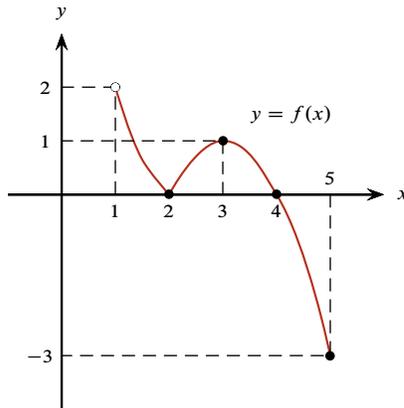


a. Complete la gráfica de  $f$ .

b. Obtenga su dominio, raíces y rango, y además determine a partir de la gráfica completada las soluciones de  $f(x) > 0$  y de  $f(x) < 0$ .

s  d 66

7. Si  $f$  es una función par cuya gráfica para  $x \geq 1$  es la que se indica en la figura,



completar la gráfica, indicar su dominio, sus raíces y su rango.

**s** **d** 71

8. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 5 & \text{si } -4 \leq x \leq -2; \\ x^2 + 1 & \text{si } -2 < x \leq 3; \\ 7 & \text{si } 3 < x. \end{cases}$$

- Obtener su gráfica.
- Determinar su dominio y rango.
- Calcular:  $f(-4)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(0)$ ,  $f(3)$ ,  $f(5)$  &  $f(1000)$ .

**s** **d** 48

9. Dada la siguiente función

$$g(x) = \begin{cases} -|x + 2| & \text{si } x < -2; \\ \sqrt{4 - x^2} & \text{si } -2 \leq x \leq 2; \\ x - 2 & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

Obtenga su gráfica y diga si es par, impar o ninguna de las dos. Determinar su rango.

**s** **d** 55

10. Sea

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{si } x < -5; \\ \sqrt{25 - x^2} & \text{si } -5 \leq x \leq 5; \\ 5 - x & \text{si } x > 5. \end{cases}$$

Esboce su gráfica, obtenga el rango, las raíces y diga si es par, impar o ni una cosa ni la otra.

**s** **d** 59

11. Graficar la siguiente función

$$G(z) = \begin{cases} -2z + 4 & \text{si } z < -2; \\ 2z^2 - 1 & \text{si } -2 \leq z \leq 2; \\ \frac{1}{2} & \text{si } z > 2. \end{cases}$$

**s** **d** 131

12. Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x - 3 & \text{si } x \in (-\infty, 0]; \\ -2x + 3 & \text{si } x \in [3, +\infty). \end{cases}$$

Obtener dominio, raíces, gráfica y rango de dicha función.

**s** **d** 136

13. Sea

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & \text{si } -3 \leq x < -1; \\ 4 & \text{si } |x| < 1; \\ x^2 - 2x - 3 & \text{si } 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

- Proporcionar el dominio y raíces de  $f$ .
- Hacer un bosquejo gráfico y hallar el rango.

**s** **d** 141

14. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x - 1 & \text{si } -2 \leq x < 0; \\ 3 & \text{si } 0 \leq x < 2; \\ -3x + 1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

- Proporcionar el dominio de la función, sus raíces y su paridad.
- Hacer un bosquejo de la gráfica y hallar el rango.

**s** **d** 143

15. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & \text{si } -3 \leq x < -1; \\ 4 & \text{si } |x| < 1; \\ x^2 - 2x - 3 & \text{si } 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

- Proporcionar el dominio de la función, el rango, sus raíces y su paridad.
- Hacer un bosquejo de la gráfica.

**s** **d** 116

16. Hallar el dominio, graficar y determinar el rango de las funciones:

$$\text{a. } f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{si } x \leq 0; \\ 1 & \text{si } 0 < x < 1; \\ x^2 + 1 & \text{si } 1 \leq x. \end{cases}$$

$$\text{b. } g(x) = \frac{2x}{|x| + 2x}.$$

**s** **d** 58

17. Determinar dominio, raíces, un esbozo de la gráfica de la siguiente función y su rango.

$$f(x) = \begin{cases} 2 - |x + 3| & \text{si } -3 < x < 1; \\ 1 + 2x - x^2 & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

**s** **d** 97

18. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x < -3; \\ |x^2 + x - 2| & \text{si } -3 \leq x \leq 1; \\ 1 - x & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

- Trace su gráfica.
- Determine su dominio, rango y raíces.

**s** **d** 105

19. Dada la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} |3x + 1| & \text{si } x \leq 0; \\ x^2 + 1 & \text{si } 0 < x < 3; \\ -3 & \text{si } x \geq 3, \end{cases}$$

obtener la gráfica de  $f$ , su dominio, su rango y sus raíces.

**s** **d** 110

20. Sea

$$f(x) = \begin{cases} -x + 7 & \text{si } x < -5; \\ 2 & \text{si } -5 \leq x < -3; \\ |4 - x^2| & \text{si } -3 \leq x \leq 3; \\ 2 & \text{si } 3 < x < 6; \\ \frac{-x}{6} + \frac{7}{6} & \text{si } x \geq 6. \end{cases}$$

Determine:

- Gráfica y rango de  $f$ .
- ¿Es par o impar  $f$ ? Justifique su respuesta.

**s** **d** 147

21. Graficar la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < -1; \\ \sqrt{1-x^2} & \text{si } -1 \leq x \leq 1; \\ |x-3| & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

**s** **d** 151

22. Realizar un bosquejo de la gráfica de la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < -1; \\ \frac{|x|}{x} & \text{si } -1 \leq x < 2 \text{ \& } x \neq 0; \\ 4 & \text{si } x = 2; \\ x^2 - 6x + 6 & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

**s** **d** 159

23. Obtener dominio y gráfica de la función

$$f(x) = \begin{cases} |x| + 1 & \text{si } x \leq 0; \\ -x^2 + 1 & \text{si } 0 < x \leq 1; \\ 3x - 3 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

**s** **d** 161

24. Considere las funciones

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0; \\ 1 & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

así como

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0; \\ 0 & \text{si } x = 0; \\ 1 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

Obtener el dominio, la gráfica y el rango de la función definida por

$$f(x) = \text{sgn}(x) + xU(x).$$

**s** **d** 101

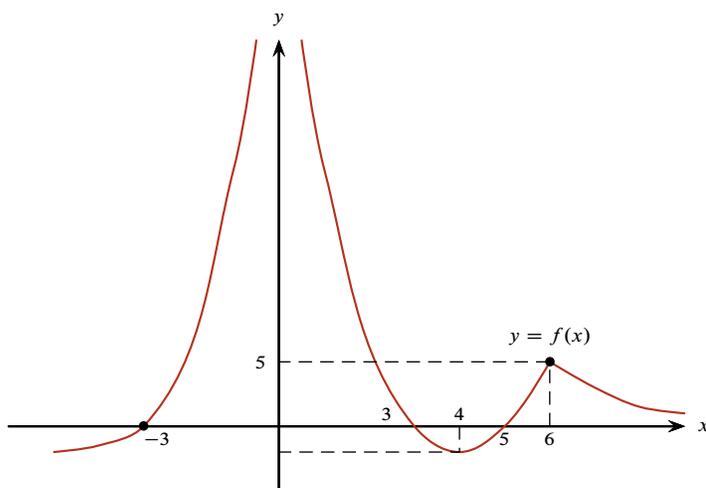
25. Sean las funciones

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } -10 < x \leq 6; \\ x & \text{si } x > 6. \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 - 2x & \text{si } x \leq 0; \\ x^2 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

Obtenga el dominio y la fórmula de la función  $f + g$ .

**s** **d** 106

26. A partir de la gráfica de la función  $f$

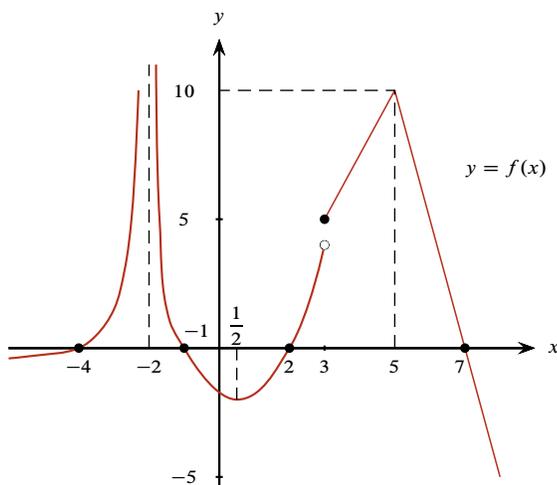


determine:

- Los intervalos donde  $f(x) > 0$  &  $f(x) < 0$ , así como los valores donde  $f(x) = 0$ , es decir, las raíces de  $f$ .
- Los intervalos de monotonía de  $f$ , es decir, dónde es creciente y dónde es decreciente.

**s** **d** 28

27. A partir de la gráfica de la función  $f$ :



Determinar:

- Los intervalos donde  $f(x) > 0$  &  $f(x) < 0$ ; y los valores donde  $f(x) = 0$ .
- Los intervalos de monotonía de  $f$ ; es decir dónde es creciente y dónde es decreciente.

**s** **d** 64

28. Para la función:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } -7 \leq x < -2; \\ -x^2 + 3 & \text{si } -2 \leq x \leq 3; \\ 4 & \text{si } 3 < x \leq 6. \end{cases}$$

- Bosqueje su gráfica.
- Determine su dominio, su rango y sus raíces.
- A partir de la gráfica, encuentre los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- A partir de la gráfica, encuentre los intervalos donde la función es positiva y donde es negativa.

**s** **d** 37

29. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } -6 \leq x < -2; \\ x^2 - 1 & \text{si } -2 \leq x \leq 2; \\ -2x + 7 & \text{si } 2 < x \leq 5. \end{cases}$$

- Bosqueje la gráfica de la función.
- Determine el dominio y el rango de la función; encuentre también sus raíces.
- A partir de la gráfica, encuentre los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- A partir de la gráfica, encuentre los intervalos en donde la función es positiva y negativa.

**s** **d** 75

30. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \leq -2; \\ |x^2 - 1| & \text{si } x \in (-2, 2); \\ -2 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

Bosquejar su gráfica.

Obtener el dominio, raíces y especificar los intervalos donde: **a.**  $f(x) > 0$ ; **b.**  $f(x) < 0$ ; **c.**  $f(x)$  crece; **d.**  $f(x)$  decrece.

**s** **d** 165

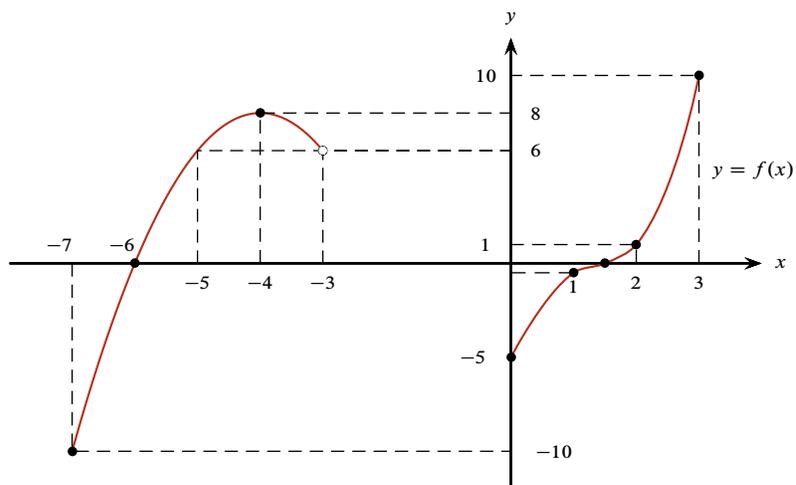
31. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 2 & \text{si } x \leq 0; \\ |x - 2| & \text{si } 0 < x < 4; \\ 3 & \text{si } x \geq 4. \end{cases}$$

- Grafique la función.
- ¿Cuáles son el rango y las raíces de  $f$ ?
- ¿Cuáles son los intervalos de monotonía de  $f$ ?
- ¿La función  $f$  es par o impar? Justifique su respuesta.

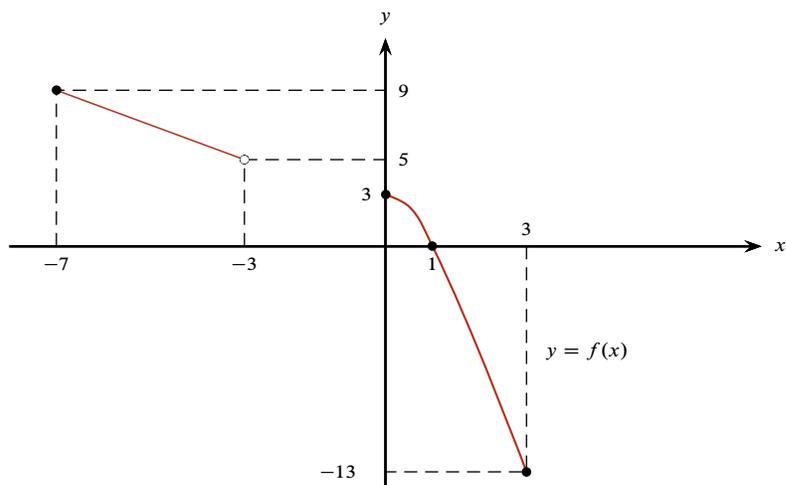
**s** **d** 46

32. En el dibujo aparece una parte de la gráfica de la función  $f$ .



- Complete esta gráfica sabiendo que se trata de una función par y también determine su dominio, raíces y rango (imagen).
- Determine las soluciones de las desigualdades  $f(x) > 0$  &  $f(x) < 0$ .
- Determine los intervalos donde esta función  $f$  es
  - creciente;
  - decreciente.

33. La siguiente figura es parte de la gráfica de una función  $f$ :



- Completar la gráfica sabiendo que es una función par.
- Determinar dominio, raíces y rango.
- Determinar los intervalos de monotonía.