

**ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN GLOBAL E1200**

PRIMERA PARTE

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 3x - y - 3}{xy - 2x + 4y - 8}$

(2) $y(x + y + 1) dx + (x + 2y) dy = 0$

(3) $(x + 2)^2 \frac{dy}{dx} = 5 - 8y - 4xy$

- (4) Un termómetro se lleva del interior de una habitación al exterior donde la temperatura del aire es 5° F. Después de 1 minuto, el termómetro indica 55° F y 5 minutos más tarde marca 30° F. ¿Cuál era la temperatura del interior de la habitación? Suponga que la rapidez con la que el termómetro se enfría es proporcional a la diferencia entre la temperatura del termómetro y la del medio en que está situado.

SEGUNDA PARTE

- (1) Para la ecuación diferencial:

$$xy'' + (x - 1)y' - y = 0, \quad x > 0$$

la función $y_1 = e^{-x}$ es una solución. Determine un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial en $(0, \infty)$ y escriba su solución general. Justifique su respuesta.

- (2) Resolver la ecuación diferencial dada usando el método de coeficientes indeterminados:

$$y'' + 3y' - 10y = 7e^{2x} + 20x$$

- (3) Resolver la ecuación diferencial dada usando el método de variación de parámetros:

$$y'' + 10y' + 25y = x^{-2}e^{-5x}$$

- (4) Determine una ecuación diferencial tal que $y(x) = c_1 \cos 4x + c_2 \sin 4x + 5$, sea su solución general, donde c_1 y c_2 son constantes arbitrarias.

TERCERA PARTE

- (1) Al sujetar un peso de 32 lb a un resorte de 24 pulgadas, éste se estira hasta alcanzar 27 pulgadas de longitud. Se quita este peso y se reemplaza por uno de 16 lb, el cual se suelta desde un punto que está 3 pulgadas por debajo de la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia abajo de 1 ft/s.
- (a) Determine la ecuación del movimiento, el período y la frecuencia.
- (b) Exprese la solución en la forma alternativa.

- (c) ¿En qué instante pasa el cuerpo por la posición de equilibrio en dirección hacia arriba, por segunda vez?
- (2) Una masa de m gramos se sujeta a un resorte cuya constante es de 10 dinas/cm. El medio ofrece una resistencia al movimiento del cuerpo numéricamente igual a 20 veces la velocidad instantánea. El cuerpo se suelta desde un punto que está 5 cm abajo de la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia abajo de 10 cm/s.
- (a) Si el movimiento resultante es críticamente amortiguado, determine el valor de la masa m .
- (b) Obtenga la ecuación del movimiento y haga un esbozo de su gráfica.