

**ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN GLOBAL E1600**

PRIMERA PARTE

(1) Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) $\frac{dy}{dx} = y(xy^3 - 1)$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x \sec\left(\frac{y}{x}\right) + y}{x}, \quad y(e) = \frac{3}{2}\pi e$

(c) $(-x \cos y - \sin^2 y)y' = \sin y, \quad y(0) = \frac{\pi}{2}$

(2) Resolver la siguiente ecuación diferencial, especificando el intervalo de validez de la misma:

$$x \frac{dy}{dx} + (3x + 1)y = e^{-3x}$$

(3) Un material radioactivo se desintegra a una razón proporcional a la cantidad presente. Si inicialmente hay 40 mg de material y, al cabo de una hora, se observa que ha perdido el 8% de la cantidad inicial.

Hallar:

(a) La cantidad de masa en cualquier momento t .

(b) La masa del material después de 3 horas.

(c) El tiempo que transcurre hasta la desintegración de la mitad de la cantidad inicial.

SEGUNDA PARTE

(1) Resolver la ecuación diferencial

$$y'' + y = \cot x$$

(2) Resolver la siguiente ecuación diferencial

$$y'' + 2y' = 2x + 5 - e^{-2x}$$

(3) Hallar r en los reales de manera que $y = e^{rx}$ sea una solución de $(x - 1)y'' - xy' + y = 0$.

(4) Determinar si las siguientes funciones son linealmente independientes: $\cos 2x, 1, \cos^2 x$.

TERCERA PARTE

- (1) Una partícula se mueve a lo largo del eje x según la ecuación $x'' + 9x' + 20x = 0$. A partir de un punto a 2 m a la derecha del origen, la partícula en el tiempo $t = 0$ segundos se dispara hacia la izquierda con una velocidad $v=12$ m/s.

Hallar:

- (a) El tiempo en el que la partícula pasa por el origen.
 - (b) El desplazamiento máximo negativo.
 - (c) La velocidad máxima positiva.
- (2) Un circuito en serie LRC está formado por: $L=1$ H, $R=2$ Ω , $C=0.2$ F y $E=10e^{-2t}$ Volts. Establecer y resolver la ecuación diferencial para $q(t)$ e $i(t)$ si $q(0) = 0$ e $i(0) = 0$. ¿Cuál es la solución estacionaria?
- (3) Resolver la ecuación diferencial $x'' + 2x' + x = 0$. Obtener los tiempos en que la masa implícita cruza por la posición de equilibrio. ¿Qué tipo de movimiento se generó? Bosquejar la gráfica del movimiento. $x(0) = 0.1$ y $x'(0) = -0.5$.

Respuestas