

**ECUACIONES DIFERENCIALES  
EXAMEN GLOBAL E1700**

PRIMERA PARTE

(1) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a)  $y' = -\frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$

(b)  $xy' + 2y = \frac{\arctan x}{x}$

(c)  $e^{-y} \cos x + \cos x + (1 + \sin x)y' = 0$

(d)  $(1 - 2x^2 - 2y)\frac{dy}{dx} = 4x + 4xy, \quad y(1) = 1$

(2) Un tanque de 500 lt contiene inicialmente 300 lt de agua en los que hay disueltos 50 g de sal. Salmuera que contiene 30 g de sal por litro entra al tanque con una rapidez de 4 lt/min. Agitando adecuadamente la mezcla se mantiene homogénea y sale a razón de 2.5 lt/min. ¿Qué cantidad de sal habrá en el tanque en el instante que empieza a desbordarse?

SEGUNDA PARTE

(1) Aplicando el método de coeficientes indeterminados, resolver la ecuación diferencial:

$$y'' - y = 2xe^x$$

(2) Resolver la ecuación diferencial:

$$y'' + 2y' + y = e^{-x} \sin x$$

(3) Resuelva el problema de valor inicial:

$$y'' + y' - 2y = 5 \sin 3x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -2$$

TERCERA PARTE

(1) Una fuerza de 2 lb estira un resorte 1 pie. Un cuerpo que pesa 3.21 lb se sujeta al resorte y luego el sistema se sumerge en un medio que comunica una fuerza de amortiguamiento numéricamente igual a 0.4 veces la velocidad instantánea.

(a) Obtenga la ecuación del movimiento si el cuerpo se suelta, a partir del reposo, desde un punto que está 1 pie sobre la posición de equilibrio.

(b) Expresar la ecuación en la forma:

$$x(t) = Ae^{-\lambda t} \sin(\sqrt{\omega^2 - \lambda^2}t + \Phi)$$

- (c) Obtener los valores de  $t$  para los cuales el cuerpo pasa por la posición de equilibrio.
- (2) Un circuito en serie contiene una inductancia  $L = \frac{1}{2}$  H, una resistencia  $R = 10 \Omega$ , y un capacitor con  $C = \frac{1}{100}$  F y está conectado a una fuente  $E(t) = 120 \sin 60t$ . Determine la carga instantánea  $q(t)$  en el capacitor para  $t > 0$  si  $q(0) = 1$  e  $i(0) = 0$ .