ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN GLOBAL E0400

Primera Parte

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2 - y^2}{3xy}$

(2) $\dfrac{dy}{dx} + xy^3 + y = 0$

(3) $\left(\dfrac{e^x}{y} + 1\right) dx + \left(\dfrac{2}{y} + \dfrac{x}{y} + e^y\right) dy = 0$

(4) La población de México en 1953 era de aproximadamente 30 millones de habitantes; en 1980, era de 67 millones. Utilizando el modelo de que la rapidez de cambio de la población P respecto del tiempo es igual al producto de una constante de proporcionalidad por la población presente en un instante dado, encontrar $P(t)$ para cualquier tiempo. Con este modelo, ¿qué población se hubiese predicho para 1997? Compare este valor con el dato hace unos meses de que la población actual de México es de 93.3 millones y comente a qué crée que se debe tal resultado.

Segunda Parte

(1) Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' - 6y' + 9y = \operatorname{sen} 2x + x$$

(2) Hallar los valores reales de a y b de manera que

$$e^{3x} \quad \text{y} \quad e^{-4x}$$

sean un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial

$$y'' + ay' + by = 0$$

(3) Resolver la ecuación diferencial

$$y'' + y = (\operatorname{sen} x)^2$$

canek.azc.uam.mx: 21/ 10/ 2003.

Tercera Parte

(1) Sea un resorte cuya constante es 1. De éste se sujeta en su extremo inferior un peso de 8 libras. Una vez el sistema en su posición de equilibrio, se suelta la masa desde medio pie sobre dicha posición, con una velocidad de un pie por segundo hacia arriba. Determinar, calcular u obtener, según proceda, lo siguiente:
  (a) La ecuación diferencial que representa el movimiento, el período y su frecuencia.
  (b) La solución de dicha ecuación, calculando las constantes respectivas.
  (c) La amplitud del movimiento, el ángulo de fase y la forma alternativa del desplazamiento de la masa.
  (d) Los tiempos en que la masa cruza el punto de equilibrio.
  (e) Un bosquejo de la gráfica del desplazamiento de la masa, descrito mediante la forma alternativa.

(2) Se tiene un circuito L-C en serie. Si L=1 H, C=10^{-4} F, $E(t) = 100 \operatorname{sen} 50t$ V. Inicialmente la carga q y la corriente i son nulas:
  (a) Hallar la carga en el circuito en cualquier tiempo t.
  (b) Encontrar la ecuación que calcula la corriente en un instante cualquiera.
  (c) Determinar los instantes en que la carga del capacitor es cero.