

**ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN GLOBAL E0800**

PRIMERA PARTE

(1) Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) $x^2 \frac{dy}{dx} + xy - \frac{y^3}{x} = 0, \quad y(1) = 1, \quad x \neq 0$

(b) $(x \cos y - \operatorname{sen}^2 y)y' = \operatorname{sen} y, \quad y(0) = \frac{\pi}{2}$

(c) $(x^2 + xy - y^2) dx + xy dy = 0$

SEGUNDA PARTE

(1) Obtener la solución general de:

$$y'' + 25y = 4e^{5x} - \cos 5x$$

(2) Sea $y_1 = 5x - 1, y_2 = e^{-5x}$ un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial homogénea asociada a la ecuación diferencial lineal:

$$xy'' + (5x - 1)y' - 5y = x^2 e^{-5x}, \quad x \neq 0$$

Encontrar una solución particular de ésta y expresar su solución general.

(3) Si $y_1 = x$ es una solución de la ecuación diferencial

$$x^2 y'' - x(x + 2)y' + (x + 2)y = 0, \quad x \neq 0$$

Encontrar una segunda solución de la misma que sea linealmente independiente de la primera.

TERCERA PARTE

(1) Un resorte tiene una constante $k = 4$. Del resorte se sujeta una masa de 1 kg y se sumerge en un recipiente con aceite, mediante el cual se produce un amortiguamiento numéricamente igual a 5 veces la velocidad instantánea dentro del líquido. Si la masa se suelta desde una posición de 0.1 m sobre la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia arriba de 1 m/s, encontrar, calcular o determinar, según corresponda:

(a) El desplazamiento máximo de la masa.

(b) El tiempo transcurrido en el cual la masa pasa por primera ocasión por la posición de equilibrio.

(c) Si $\beta = 0$ y se aplica al sistema una fuerza externa $F(t) = 10 \operatorname{sen} 4t$ a partir del reposo, desde su posición de equilibrio. ¿Cuál es la ecuación del movimiento?

(2) Un circuito en serie LRC tiene $L=0.05$ H, $R=20$ Ω , $C=10^{-4}$ F y se le aplica un voltaje de 100 Volts. Además, $q(0) = 0$ e $i(0) = 0$. Calcular:

(a) La carga $q(t)$ en el circuito en cualquier tiempo t .

(b) La corriente en el circuito en cualquier tiempo t .