

**ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN GLOBAL E0900**

PRIMERA PARTE

- (1) Encontrar el valor de k tal que la siguiente ecuación diferencial sea exacta y resolverla para el valor de k encontrado.

$$kxy \, dx + (x^2 + \cos y) \, dy = 0$$

- (2) Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$x^2 \frac{dy}{dx} + xy - \frac{y^3}{x} = 0, \quad y(1) = 1$$

- (3) Considera la ecuación diferencial

$$L \frac{dy}{dx} + Ry = E$$

donde L , R , E son constantes positivas. Calcular el $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.

- (4) Resolver la ecuación diferencial ordinaria

$$y' = \frac{x + y}{x - y}$$

SEGUNDA PARTE

- (1) Las raíces de la ecuación auxiliar o característica de una ecuación diferencial homogénea son $0, \pm i, -2$. ¿Cuál es la ecuación diferencial homogénea original?
- (2) Determinar la solución general de la ecuación diferencial

$$y'' + 2y' + 2y = 3 \cos x - 2 \sin x + 3x$$

- (3) Un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial

$$(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = x^2 - 1$$

es $\{x, 1 + x^2\}$. Obtener la solución general de la ecuación.

- (4) Encontrar la solución general de la ecuación

$$y'' - \frac{x}{x-1}y' + \frac{y}{x-1} = 0$$

si $y = e^x$ es una solución.

TERCERA PARTE

- (1) Una masa de 5 kg se sujeta de un resorte que se encuentra suspendido del techo y provoca que el resorte se estire 0.5 metros al alcanzar su posición de equilibrio. Posteriormente se jala de la masa y se suelta desde una posición 0.1 metros abajo del punto de equilibrio aplicándole una velocidad hacia arriba de 0.1 m/s.
- (a) Dibuje el diagrama de cuerpo libre y escriba la ecuación diferencial de movimiento y la frecuencia natural de oscilación.
 - (b) Encuentre la solución de la ecuación diferencial obtenida en el inciso anterior determinando la amplitud y el ángulo de fase.
 - (c) Esboce la gráfica de la posición como función del tiempo y determine los valores del tiempo en que la masa cruza por $x = 0$ y cuando $v = 0$. Considere $g = 10$ m/s.
- (2) Una masa de 5 kg se sujeta a un resorte que se encuentra suspendido del techo provocando que el resorte se estire 2 metros para alcanzar su posición de equilibrio. Posteriormente la masa se empuja 1 metro arriba de la posición de equilibrio y se le aplica una velocidad dirigida hacia arriba de $\frac{1}{3}$ m/s al soltarla. Se sabe además que el medio ofrece una resistencia numéricamente igual a 5 veces la velocidad instantánea.
- (a) Dibuje el diagrama de cuerpo libre y escriba la ecuación diferencial del movimiento y la frecuencia de oscilación.
 - (b) Encuentre la solución de la ecuación diferencial obtenida en el inciso anterior determinando la amplitud y el ángulo de fase.
 - (c) Esboce la gráfica de la posición como función del tiempo y determine los valores del tiempo en que la masa cruza por $x = 0$ y cuando $v = 0$. Considere $g = 10$ m/s.