ECUACIONES DIFERENCIALES
TERCER EXAMEN PARCIAL E02100
98-O

(1) Una masa de $10\,kg$ se sujeta a un resorte y lo elonga $1.225\,m$ al alcanzar la posición de equilibrio. Además, se aplica una fuerza de amortiguamiento proporcional a $40\,x'$ y una fuerza externa de $10 \operatorname{sen} t$.

(a) Escribir la ecuación diferencial en la forma $mx'' + \beta x' + kx = 10 \operatorname{sen} t$, donde m es la masa que se sujeta al resorte, β es el coeficiente de amortiguamiento y k es la constante del resorte, con los valores numéricos respectivos.

(b) Ahora, escribir la ecuación diferencial, con los valores que corresponda, en la forma:

$$x'' + 2\lambda x' + w^2 x = \frac{F_e}{m}, \quad \text{donde} \quad F_e = 10 \operatorname{sen} t$$

(c) Obtener la solución complementaria y una solución particular de la ED del inciso (b).

(d) Expresar la solución general sin determinar las constantes, pues no se dan condiciones iniciales. ¿Cuál es la solución permanente o estacionaria?

(2) Se tiene un circuito en serie $L - R - C$. Sea $L = 0.1\,H$, $R = 0\,Ohms$, $C = 0.001\,F$, $E(t) = 100 \cos 5t$, $i(0) = 0$ y, finalmente, $i'(0) = 0$. La ecuación diferencial que representa el modelo del circuito es:

$$Li'' + Ri' + \frac{1}{C} i = \frac{d}{dt} E(t)$$

Obtener la solución general de la ED del circuito dado, determinando las constantes implicadas.

(3) La ecuació diferencial:

$$x'' + w^2 x = F_0 \cos(\gamma t)$$

con $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$, tiene por solución

$$x(t) = \frac{F_0}{w^2 - \gamma^2} (\cos(\gamma t) - \cos(wt))$$

Calcular

$$\lim_{\gamma \to w} \frac{F_0}{w^2 - \gamma^2} (\cos(\gamma t) - \cos(wt))$$

¿Cómo interpreta el resultado respecto del fenómeno de resonancia?

canek.azc.uam.mx: 21/ 5/ 2007.