

## Sobre funciones de dos variables

Definiciones básicas.

1. Para la función  $f(x, y) = x^3 + 2xy^2 - y^3$ , obtener:

- |                  |   |   |
|------------------|---|---|
| a. $f(2, 3)$ .   | e. $f\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ . | h. $x^3 f\left(1, \frac{y}{x}\right)$ . |
| b. $f(-1, 1)$ .  | f. $f(1, 0)$ .                                | i. $f\left(\frac{x}{y}, 1\right)$ .     |
| c. $f(a, a)$ .   | g. $f\left(1, \frac{y}{x}\right)$ .           | j. $y^3 f\left(\frac{x}{y}, 1\right)$ . |
| d. $f(tx, tx)$ . |   |   |

**d** 1

2. Para la función  $g(x, y) = \frac{y + \sqrt{x^2 + y^2}}{x}$ , obtener:

- |                 |                  |  |
|-----------------|------------------|--|
| a. $g(3, -4)$ . | c. $g(tx, tx)$ . | e. $g\left(1, \frac{y}{x}\right), x > 0$ . |
| b. $g(4, -3)$ . | d. $g(1, a)$ .   |  |

**d** 2

3. Para la función  $h(x, y) = \frac{x + ye^{y/x}}{xe^{y/x}}$ , obtener:

- |                |                 |                  |
|----------------|-----------------|------------------|
| a. $h(1, 0)$ . | c. $h(-1, 0)$ . | e. $h(tx, ty)$ . |
| b. $h(a, a)$ . | d. $h(y, x)$ .  |                  |

**d** 3

4. Para la función  $\phi(t, u) = \frac{u}{t}(\ln u - \ln t)$ , obtener:

- |                   |  |  |
|-------------------|--|--|
| a. $\phi(1, 1)$ . | c. $\phi(rt, ru)$ .                    | e. $\phi\left(\frac{t}{u}, 1\right)$ . |
| b. $\phi(a, a)$ . | d. $\phi\left(1, \frac{u}{t}\right)$ . |  |

**d** 4

5. Para la función  $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{xy - x^2}$ , obtener:

- |                  |                  |                                     |
|------------------|------------------|-------------------------------------|
| a. $f(2, 1)$ .   | d. $f(1, a)$ .   | g. $f\left(1, \frac{y}{x}\right)$ . |
| b. $f(a, -a)$ .  | e. $f(a, 1)$ .   | h. $f\left(\frac{x}{y}, 1\right)$ . |
| c. $f(tx, ty)$ . | f. $f(ty, tx)$ . |                                     |

**d** 5

**Derivadas parciales.**

Calcular las derivadas parciales de las funciones siguientes:

1.  $f(x, y) = 3x^4 - 4x^2y^2 - 5y^4 + 6.$

**d** 6

2.  $g(x, y) = e^x \operatorname{sen} y - e^y \cos x.$

**d** 7

3.  $z = \frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^2}.$

**d** 8

4.  $w = t^2u^3e^{t^2u^3}.$

**d** 9

5.  $h(x, y) = x \tan(x^2 + y^2) - y \sec(x^2 + y^2).$

**d** 10

**Derivadas totales.**

Obtener la diferencial exacta o total de cada una de las siguientes funciones:

1.  $f(x, y) = y \operatorname{sen} x - x \cos y.$

**d** 11

2.  $g(x, y) = xy \tan(xy).$

**d** 12

3.  $z = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}.$

**d** 13

4.  $y = u^3 - 2u^2w + 3uw^2 - 4w^2.$

**d** 14

5.  $\phi(x, u) = \sqrt{u^2 - x^2}.$

**d** 15

**Derivación implícita.**

Obtener  $\frac{dy}{dx}$  de la siguientes ecuaciones:

1.  $\frac{x}{y} - xy^2 + 3 = 0.$

**d** 26

2.  $5x^2y + \ln x = 0.$

**d** 27

3.  $3x - y + Ce^{-x} = 0.$

**d** 28

4.  $x \ln y = xy^2 + e^{2y}.$

**d** 29

5.  $\operatorname{sen} x - 3y + 2xy = 0.$

**d** 30

**Derivadas parciales de orden superior.**

Calcular las segundas derivadas parciales y verificar la igualdad de las parciales mixtas para las funciones siguientes:

1.  $f(x, y) = x^4 - 2x^2y^2 + y^4.$

**d** 16

2.  $g(x, y) = e^x \cos y + e^y \operatorname{sen} x.$

**d** 17

3.  $h(x, y) = \operatorname{sen}(xy).$

**d** 18

4.  $z(x, y) = (2x - 3y)^5.$

**d** 19

5.  $w(u, y) = \cos(3u + 2y).$

**d** 20

**Integración parcial.**

Evaluar en cada ejercicio las integrales de la funciones presentadas:

1.  $\int^x f(x, y) dx$  &  $\int^y f(x, y) dy$ , para  $f(x, y) = 5x^4 - 6x^2y^2 + 4y^3 - 1$ .

**d** 21

2.  $\int^x g(x, y) dx$  &  $\int^y g(x, y) dy$ , para  $g(x, y) = \sqrt[3]{4x - 5y}$ .

**d** 22

3.  $\int^x \phi(x, y) dx$  &  $\int^y \phi(x, y) dy$ , para  $\phi(x, y) = xy(x^2 + y^2)^9$ .

**d** 23

4.  $\int^x f(x, y) dx$  &  $\int^y f(x, y) dy$ , para  $f(x, y) = xy \cos xy$ .

**d** 24

5.  $\int^x g(x, y) dx$  &  $\int^y g(x, y) dy$ , para  $g(x, y) = 2xye^{(x^2 - y^2)}$ .

**d** 25