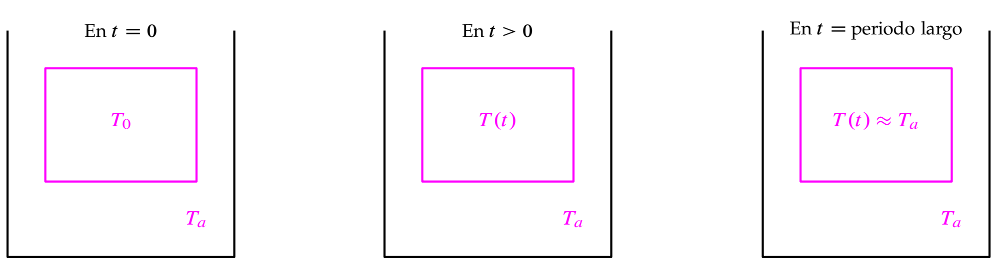
CAPÍTULO

3

Aplicaciones de primer orden

3.4 Ley de Enfriamiento de Newton

Si un cuerpo u objeto que tiene una temperatura T_0 es depositado en un medio ambiente que se mantiene a una temperatura T_a constante, con $T_a \neq T_0$, la experiencia nos dice que, al paso del tiempo, la temperatura del cuerpo tiende a ser igual a la del medio circundante. Es decir, si $T(t)$ es la temperatura del cuerpo en el tiempo t, entonces $T(t) \to T_a$ cuando t crece. Es posible representar esto en un diagrama como sigue:



Para modelar la temperatura del objeto utilizamos la ley de Enfriamiento de Newton; ésta afirma que la rapidez de cambio de la temperatura de un cuerpo es directamente proporcional a la diferencia de temperaturas entre el cuerpo y el medio circundante. Esto es,

$$T'(t) = k[T(t) - T_a];$$

donde k es la constante de proporcionalidad.
Notemos aquí dos situaciones:

1. Cuando $T_0 > T_a$, y por lo mismo $T(t) > T_a$, en el cuerpo ocurre un enfriamiento y se tiene que $T(t)$ decrece y que $T(t) - T_a > 0$, es decir, $\dfrac{d}{dt}T(t) < 0$ y $T(t) - T_a > 0$, por lo que $\dfrac{d}{dt}T(t) = k[T(t) - T_a] \Rightarrow k < 0$.

1. canek.azc.uam.mx: 22/ 9/ 2010

2. Cuando $T_0 < T_a$, y por lo mismo $T(t) < T_a$, en el cuerpo ocurre un calentamiento y se tiene que $T(t)$ crece y que $T(t) - T_a < 0$, es decir, $\dfrac{d}{dt}T(t) > 0$ y $T(t) - T_a < 0$, por lo que $\dfrac{d}{dt}T(t) = k[T(t) - T_a] \Rightarrow k < 0$.

Concretando: sea enfriamiento o calentamiento, la ecuación diferencial $\dfrac{d}{dt}T(t) = k[T(t) - T_a]$ tiene sentido siempre y cuando k sea negativa ($k < 0$).
Tenemos entonces que la temperatura $T(t)$ del cuerpo en el instante $t \geq 0$ está determinada por el PVI:

$$T'(t) = k[T(t) - T_a], \text{ con la condición inicial } T(0) = T_0.$$

Resolvemos la ecuación diferencial, que es claramente de variables separables:

$$\begin{aligned}
&\frac{dT}{T - T_a} = k\,dt \;\Rightarrow\\
&\Rightarrow \int \frac{dT}{T - T_a} = k \int dt \;\Rightarrow\\
&\Rightarrow \ln|T - T_a| = kt + C_1 \;\Rightarrow\\
&\Rightarrow |T - T_a| = e^{kt + C_1} = e^{kt}e^{C_1} = Ce^{kt} \;\Rightarrow\\
&\Rightarrow |T - T_a| = Ce^{kt} \Rightarrow\\
&\Rightarrow T - T_a = Ce^{kt} \;\Rightarrow\\
&\Rightarrow T(t) = T_a + Ce^{kt}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&T > T_a \;\Rightarrow T - T_a > 0 \;\Rightarrow\\
&\qquad \Rightarrow |T - T_a| = T - T_a.
\end{aligned}$$

Obtenemos lo mismo si:

$$\begin{aligned}
&T < T_a \;\Rightarrow T - T_a < 0 \;\Rightarrow\\
&\qquad \Rightarrow |T - T_a| = Ce^{kt} \;\Rightarrow\\
&\qquad \Rightarrow -(T - T_a) = Ce^{kt} \;\Rightarrow\\
&\qquad \Rightarrow T - T_a = -Ce^{kt} \;\Rightarrow\; T - T_a = Ce^{kt}.
\end{aligned}$$

que es la temperatura del cuerpo en el instante $t \geq 0$.
Para tener bien determinada la temperatura $T(t)$, son necesarias dos condiciones adicionales que permitan calcular valores únicos para las constantes C y k. Estas condiciones podrían ser las temperaturas del cuerpo en dos instantes cualesquiera y una de ellas podría ser la temperatura inicial T_0.

Ejemplo 3.4.1 *Un cuerpo que tiene una temperatura de* 70 °F *es depositado (en el tiempo* $t = 0$*) en un lugar donde la temperatura se mantiene a* 40 °F*. Después de* 3 *min, la temperatura del cuerpo ha disminuido a* 60 °F*.*

1. *¿Cúal es la temperatura del cuerpo después de* 5 *min?*
2. *¿Cuánto tiempo pasará para que el cuerpo tenga* 50 °F*?*

▼ Si $T(t)$ es la temperatura del cuerpo en °F después de t minutos, entonces la ecuación diferencial que modela a $T(t)$ es

$$T'(t) = k[T(t) - T_a],$$

donde $T_a = 40$ °F es la temperatura fija del medio circundante.
Las condiciones adicionales son $T(0) = 70$ y $T(3) = 60$.
Luego, la temperatura $T(t)$ está dada por la solución del PVI:

$$T'(t) = k[T(t) - 40], \quad \text{con} \quad T(0) = 70 \text{ y además } T(3) = 60.$$

Resolvamos este problema:

$$\begin{aligned}
&\frac{dT}{dt} = k(T - 40) \;\Rightarrow\; \frac{dT}{T - 40} = k\,dt \;\Rightarrow\; \int \frac{dT}{T - 40} = k\int dt \;\Rightarrow\; \ln(T - 40) = kt + C \;\Rightarrow\\
&\Rightarrow T - 40 = e^{kt + C} \;\Rightarrow\; T(t) = Ce^{kt} + 40.
\end{aligned}$$

Ahora,

$$T(0) = 70 \;\Leftrightarrow\; T(0) = Ce^{k\cdot 0} + 40 = 70 \;\Leftrightarrow\; C + 40 = 70 \;\Leftrightarrow\; C = 30;$$

por lo que, $T(t) = 30e^{kt} + 40$, entonces:

$$T(3) = 60 \Rightarrow 30e^{k\cdot 3} + 40 = 60 \Rightarrow e^{3k} = \frac{60-40}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \ln e^{3k} = 3k = \ln\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow k = \frac{1}{3}\ln\left(\frac{2}{3}\right) \approx -0.1352\,.$$

Luego,
$$T(t) = 30e^{-0.1352\,t} + 40.$$

1. ¿Cuál es la temperatura del cuerpo después de 5 min?

$$T(5) = 30e^{-0.1352\,(5)} + 40 = 55.2594 \Rightarrow T(5) \approx 55.26\,{}^\circ\text{F}.$$

2. ¿Cuánto tiempo pasará para que el cuerpo tenga 50 °F?

$$T(t) = 50 \Rightarrow 30e^{-0.1352\,t} + 40 = 50 \Rightarrow e^{-0.1352\,t} = \frac{50-40}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -0.1352\,t = \ln\left(\frac{1}{3}\right) = -\ln 3 \Rightarrow t = \frac{\ln 3}{0.1352} = \frac{1.0986}{0.1352} \approx 8.1258 \text{ min}.$$

Entonces el cuerpo tendrá una temperatura de 50 °F después de $t \approx 8$ minutos, 8 segundos.

□

Ejemplo 3.4.2 *Un objeto que tiene una temperatura* 50 °F *se coloca a las 10:00 horas en un horno que se mantiene a* 375 °F. *A las 11:15 horas su temperatura era* 125 °F. *¿A qué hora estará el objeto a* 150 °F*?*

▼ La ecuación diferencial que modela el problema es

$$\frac{d}{dt}T(t) = k[T(t) - T_a];$$

donde $T_a = 375$ °F es la temperatura constante del medio circundante.
Puesto que de 10 am a 11:15 am transcurren 75 min, las condiciones adicionales son

$$T(0) = 50 \quad \text{y} \quad T(75) = 125.$$

Luego la temperatura $T(t)$ del objeto está dada por la solución del PVI:

$$T'(t) = k[T(t) - 375], \quad \text{con} \quad T(0) = 50 \text{ y además } T(75) = 125.$$

Sabemos que:
$$T(t) = T_a + Ce^{kt} \Rightarrow T(t) = 375 + Ce^{kt}.$$

Ahora, usando la condición inicial:

$$T(0) = 50 \Rightarrow 375 + Ce^{0} = 50 \Rightarrow C = 50 - 375 \Rightarrow C = -325.$$

Por lo que,
$$T(t) = 375 - 325e^{kt}.$$

Usando la segunda condición:

$$T(75) = 125 \Rightarrow 375 - 325e^{k\cdot 75} = 125 \Rightarrow e^{75k} = \frac{125-375}{-325} = \frac{-250}{-325} = \frac{10}{13} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 75k = \ln\left(\frac{10}{13}\right) \Rightarrow k = \frac{1}{75}\ln\left(\frac{10}{13}\right) = -0.0034982 \approx -0.0035\,.$$

Luego,

$$T(t) = 375 - 325e^{-0.0035t}.$$

El objeto alcanzará la temperatura de $T = 150\,^\circ$F cuando:

$$T(t) = 150 \;\Rightarrow\; 375 - 325e^{-0.0035t} = 150 \;\Rightarrow\; e^{-0.0035t} = \frac{150-375}{-325} = \frac{-225}{-325} = \frac{9}{13} \;\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\; -0.0035t = \ln\left(\frac{9}{13}\right) = -0.367725 \;\Rightarrow\; t = \frac{0.367725}{0.0035} \approx 105.06 \text{ min.}$$

Es decir, la temperatura del objeto será $T = 150\,^\circ$F después de $t = 105$ min, a partir de las 10 de la mañana. Por lo tanto, la temperatura será 150 °F aproximadamente a las 11:45 horas.

□

Ejemplo 3.4.3 *Una taza de café cuya temperatura es* 190 °F *se coloca en un cuarto cuya temperatura es* 65 °F*. Dos minutos más tarde la temperatura del café es* 175 °F*. ¿Después de cuánto tiempo la temperatura del café será* 150 °F*?*

▼ Sea $T(t)$ la temperatura (en °F) del café en el instante $t \ge 0$ min. Observamos que

$$T(0) = 190, \; T_a = 65 \text{ y } T(2) = 175.$$

El PVI por resolver es

$$\frac{dT}{dt} = k(T - 65), \quad \text{con} \quad T(0) = 190 \text{ y además } T(2) = 175,$$

para determinar la temperatura del café en cualquier instante $t \ge 0$ min. Sabemos que

$$T(t) = T_a + Ce^{kt} \;\Rightarrow\; T = 65 + Ce^{kt}.$$

Usando la condición inicial, tenemos:

$$T(0) = 190 \;\Rightarrow\; T(0) = 65 + Ce^{k\cdot 0} = 190 \;\Rightarrow\; C = 125 \;\Rightarrow\; T(t) = 65 + 125e^{kt}.$$

Ahora usamos la segunda condición:

$$T(2) = 175 \;\Rightarrow T(2) = 65 + 125e^{k\cdot 2} = 175 \;\Rightarrow\; e^{2k} = \frac{110}{125} = \frac{22}{25} \;\Rightarrow\; 2k = \ln\left(\frac{22}{25}\right) \;\Rightarrow$$
$$\Rightarrow k = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{22}{25}\right) \approx -0.0639 \;\Rightarrow\; k \approx -0.0639\,.$$

Entonces:

$$T(t) = 65 + 125e^{-0.0639t},$$

que es la temperatura (en °F) del café en el minuto $t \ge 0$.
Sea t_1 el instante en que $T(t_1) = 150$. Tenemos entonces:

$$T(t_1) = 65 + 125e^{-0.0639t_1} = 150 \;\Rightarrow e^{-0.0639t_1} = 0.68 \;\Rightarrow\; -0.0639t_1 = \ln 0.68 \;\Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_1 = \frac{\ln 0.68}{-0.0639} \approx 6.0354 \text{ min.}$$

Por lo tanto deben transcurrir $t_1 \approx 6$ min, 2 s para que la temperatura del café sea de 150 °F.

□

Ejemplo 3.4.4 *Un termómetro en el que se lee* $70\,^\circ$*F se coloca en un lugar donde la temperatura es* $10\,^\circ$*F. Cinco minutos más tarde el termómetro marca* $40\,^\circ$*F. ¿Qué tiempo debe transcurrir para que el termómetro marque medio grado maś que la temperatura del medio ambiente?*

▼ Sea $T(t)$ la temperatura (en °F) del termómetro en el instante $t \geq 0$ min. Observamos que

$$T(0) = 70, \; T_a = 10 \text{ y } T(5) = 40.$$

El PVI por resolver es

$$\frac{dT}{dt} = k(T - 10), \quad \text{con} \quad T(0) = 70 \text{ y además } T(5) = 40.$$

La solución es

$$T(t) = T_a + Ce^{kt} \;\Rightarrow\; T(t) = 10 + Ce^{kt}.$$

Utilizamos la condición inicial:

$$T(0) = 70 \;\Rightarrow\; T(0) = 10 + Ce^{k(0)} = 70 \;\Rightarrow\; C = 60 \;\Rightarrow\; T(t) = 10 + 60e^{kt}.$$

La segunda condición nos permite calcular k:

$$T(5) = 40 \;\Rightarrow\; T(5) = 10 + 60e^{5k} = 40 \;\Rightarrow\; e^{5k} = 0.5 \;\Rightarrow = \ln(0.5) \;\Rightarrow\; k = \frac{\ln 0.5}{5} \approx -0.1386\,.$$

En conclusión:

$$T(t) = 10 + 60e^{-0.1386t}.$$

Sea t_1 el minuto en que $T(t_1) = 10.5\,^\circ$F:

$$T(t_1) = 10 + 60e^{-0.1386t_1} = 10.5 \;\Rightarrow e^{-0.1386t_1} = \frac{0.5}{60} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -(0.1386)t_1 = \ln(0.0083) \;\Rightarrow\; t_1 = \frac{\ln 0.0083}{-0.1386} \approx 34.57 \text{ min}.$$

Por lo tanto, el tiempo que debe transcurrir para que el termómetro marque medio grado más que la temperatura ambiente es $t_1 \approx 34$ minutos, 34 segundos.

□

Ejemplo 3.4.5 *Un termómetro que está en el interior de una habitación se lleva al exterior donde la temperatura es* $5\,^\circ$*F. Después de* 1 *min el termómetro marca* $55\,^\circ$*F y después de* 5 *min marca* $30\,^\circ$*F. ¿Cuál era la temperatura del termómetro en la habitación?*

▼ Sea $T(t)$ la temperatura (en °F) del termómetro en el instante $t \geq 0$ min. Tenemos:

$$T_a = 5, \; T(1) = 55, \; T(5) = 30 \;\&\; T(0) = T_0, \text{ que es la temperatura a determinar.}$$

Al resolver la ED, resulta:

$$T(t) = T_a + Ce^{kt} \;\Rightarrow\; T(t) = 5 + Ce^{kt}.$$

Usando la condición inicial:

$$T(0) = T_0 \;\Rightarrow\; 5 + Ce^{k\cdot 0} = T_0 \;\Rightarrow\; C = T_0 - 5 \;\Rightarrow\; T(t) = 5 + (T_0 - 5)e^{kt}.$$

Usando ahora las dos condiciones dadas:

$$T(1) = 55 \;\Rightarrow\; 5 + (T_0 - 5)e^{k} = 55 \;\Rightarrow\; (T_0 - 5)e^{k} = 50 \;\Rightarrow\; T_0 - 5 = 50e^{-k}. \tag{3.1}$$

$$T(5) = 30 \;\Rightarrow\; 5 + (T_0 - 5)e^{5k} = 30 \;\Rightarrow\; (T_0 - 5)e^{5k} = 25 \;\Rightarrow\; T_0 - 5 = 25e^{-5k}. \tag{3.2}$$

Las expresiones (3.1) y (3.2) conforman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (T_0 y k). Entonces, por igualación:

$$50e^{-k} = 25e^{-5k}, \text{(multiplicando por } e^{5k}) \Rightarrow 50e^{4k} = 25 \Rightarrow e^{4k} = 0.5 \Rightarrow 4k = \ln(0.5) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow k = \frac{\ln(0.5)}{4} = -0.1733 \Rightarrow k \approx -0.1733\,.$$

Utilizando el valor de k en (3.1):

$$T_0 - 5 = 50e^{-k} \Rightarrow T_0 = 5 + 50e^{0.1733} \Rightarrow T_0 = 64.46\,°\text{F}.$$

Es la temperatura que marcaba el termómetro en la habitación.

□

Ejemplo 3.4.6 *En una habitación la temperatura que marca un termómetro clínico es* 20 °C*. Para detectar si un paciente tiene fiebre (definida como temperatura corporal de* 38 °C *o más) se coloca un termómetro en la axila del paciente. Si al cabo de un minuto el termómetro marca* 27 °C *en una persona sana (con temperatura de* 36 °C*), ¿cuánto tiempo se debe dejar en una persona con fiebre para detectarla con un error no mayor que* 0.2 °C*?*

▼ Si $T(t)$ es la temperatura que marca el termómetro a los t minutos, entonces:

$$T(0) = 20\,°\text{C}, \quad T(1) = 27\,°\text{C} \quad \& \quad T_a = 36\,°\text{C}.$$

Con estos datos podemos obtener el valor de k, que en cierta forma mide la sensibilidad del termómetro. El PVI es

$$\frac{dT}{dt} = k(T - 36), \quad \text{con} \quad T(0) = 20 \text{ y además } T(1) = 27.$$

Sabemos que

$$T(t) = T_a + Ce^{kt} \Rightarrow T(t) = 36 + Ce^{kt}.$$

Usando la condición inicial:

$$T(0) = 20 = 36 + Ce^{k\cdot 0} \Rightarrow C = 20 - 36 = -16 \Rightarrow T(t) = 36 - 16e^{kt}.$$

Usamos ahora la segunda condición:

$$T(1) = 27 = 36 - 16e^{k\cdot 1} \Rightarrow 16e^{k} = 36 - 27 = 9 \Rightarrow e^{k} = \frac{9}{16} \Rightarrow k = \ln\left(\frac{9}{16}\right) = -0.57536\,.$$

Como se dijo, este valor de k es una constante del termómetro. Si ese mismo termómetro se usa en un paciente que tal vez tenga fiebre ($T_a \geq 38$ °C ahora, con T_a no conocida), entonces resolvemos el PVI:

$$\frac{dT}{dt} = -0.57536(T - T_a), \quad \text{con} \quad T(0) = 20,$$

y hallamos el valor de t de modo que $T(t) \geq T_a - 0.2$. Tendremos $T(t) = T_a + Ce^{-0.57536t}$, pero aquí

$$T(0) = 20 \Rightarrow T_a + C = 20 \Rightarrow C = 20 - T_a,$$

así que la temperatura marcada por el termómetro para el tiempo $t \geq 0$ es

$$T(t) = T_a + (20 - T_a)e^{-0.57536t}.$$

Es preciso comparar esta expresión con $T_a - 0.2$ y resolver para t:

$$T(t) = \cancel{T_a} + (20 - T_a)e^{-0.57536t} \geq \cancel{T_a} - 0.2 \Rightarrow (T_a - 20)e^{-0.57536t} \leq 0.2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow e^{-0.57536t} \leq \frac{0.2}{T_a - 20} \Rightarrow -0.57536t \leq \ln\left(\frac{0.2}{T_a - 20}\right) \Rightarrow t \geq \frac{\ln\left(\dfrac{0.2}{T_a - 20}\right)}{-0.57536}$$

(se invirtió la desigualdad por dividir entre un número negativo). Es decir,

$$t \geq \frac{\ln 0.2}{-0.57536} - \frac{\ln(T_a - 20)}{-0.57536} = 2.7973 + \frac{\ln(T_a - 20)}{0.57536}.$$

El último término está en función de la temperatura T_a del paciente, que no se conoce en principio; sin embargo podemos hacer una estimación, pues en seres humanos T_a es cuando mucho 42 °C en casos extremos. El valor del último término sería entonces cuando mucho $\dfrac{\ln 22}{0.57536} = 5.3724$, y esto sumado al primer término daría un total de $t \geq 8.17$ min, alrededor 8 min 10 s. Por lo tanto, para detectar una $T_a = 38$ °C se requerirían $2.7973 + \dfrac{\ln 18}{0.57536} = 7.82$ min, o sea, alrededor de 7 min 50 s.

$\square$

Un caso de aplicación de la ley de Enfriamiento de Newton en medicina, relacionado con lo anterior, consiste en determinar la hora en que falleció una persona cuyo cadáver se encuentra en un medio ambiente frío. La homeostasis, o conjunto de funciones vitales de un individuo, regula su temperatura corporal (en condiciones normales, sin enfermedad) entre 36 y 36.5 °C; sin embargo al morir, el cadáver del individuo se comporta como un cuerpo caliente en un medio frío (puesto que su organismo ya no produce calor), como nos lo ilustra el siguiente ejemplo:

Ejemplo 3.4.7 *Un ganadero salió una tarde a cazar un lobo solitario que estaba diezmando su rebaño. El cuerpo del ganadero fue encontrado sin vida por un campesino, en un cerro cerca del rancho junto al animal cazado, a las 6:00 h del día siguiente. Un médico forense llegó a las 7:00 y tomó la temperatura del cadáver, a esa hora anotó 23 °C; una hora más tarde, al darse cuenta de que en la noche, y aún a esas horas, la temperatura ambiente era aproximadamente de 5 °C, el médico volvió a medir la temperatura corporal del cadáver y observó que era de 18.5 °C. ¿A qué hora murió el ganadero aproximadamente?*

▼ Podemos suponer por la información proporcionada, que la temperatura ambiente se mantuvo casi constante como $T_a = 5$ °C y también que hasta el instante de su muerte, cuyo momento desconocemos, la temperatura corporal del ganadero fue de 36 °C.
Tiene mucho sentido que el forense haya tomado dos mediciones de la temperatura del cuerpo, para determinar el valor de k. Podemos denotar por $T(t)$ la temperatura del cuerpo al tiempo t, medido en horas; por comodidad, hagamos $t = 0$ a las 7:00 h y $t = 1$ a las 8:00 h, así que tenemos el PVI:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_a), \quad \text{con} \quad T(0) = 23\ °\text{C y además } T(1) = 18.5\ °\text{C},$$

con $T_a = 5$ °C. Se busca determinar el tiempo (negativo) t_0 en el que $T(t_0) = 36$ °C. Al resolver la ED sabemos que:

$$T(t) = T_a + Ce^{kt} \Rightarrow T = 5 + Ce^{kt} \Rightarrow T(t) - 5 = Ce^{kt}.$$

Al usar las condiciones resulta

$$T(0) = 23 \Rightarrow 23 - 5 = 18 = Ce^{k\cdot 0} \Rightarrow C = 18 \Rightarrow T - 5 = 18e^{kt};$$

$$T(1) = 18.5 \Rightarrow 18.5 - 5 = 13.5 = 18e^{k} \Rightarrow e^{k} = \frac{13.5}{18} \Rightarrow k = \ln\left(\frac{13.5}{18}\right) = -0.2877.$$

En síntesis, por lo anterior: $T(t) = 5 + 18e^{-0.2877t}$ es la solución del PVI.
Para determinar t_0, consideramos $T(t_0) = 36$ y resolvemos:

$$36 = 5 + 18e^{-0.2877t_0} \Rightarrow 18e^{-0.2877t_0} = 36 - 5 \Rightarrow e^{-0.2877t_0} = \frac{31}{18} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -0.2877t_0 = \ln\left(\frac{31}{18}\right) \Rightarrow t_0 = \frac{\ln(31/18)}{-0.2877} = -1.8895 \approx 1 \text{ h } 53 \text{ min}.$$

Comprobamos que el deceso ocurrió aproximadamente 1 h y 53 min antes de las 7:00 (hora de la primer toma de temperatura), esto es, alrededor de las 5:07 horas.

$\square$

Ejercicios 3.4.1 *Ley de Enfriamiento de Newton.* *Soluciones en la página 9*

1. La temperatura de un motor en el momento en que se apaga es de 200 °C y la temperatura del aire que lo rodea es de 30 °C. Después de 10 min la temperatura del motor ha bajado a 180 °C. ¿Cuánto tiempo transcurrirá para que la temperatura del motor disminuya hasta 40 °C?

2. Un recipiente con agua a una temperatura de 100 °C se coloca en una habitación que se mantiene a una temperatura constante de 25 °C. Después de 3 min la temperatura del agua es de 90 °C. Determinar la temperatura del agua después de 15 min. ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que la temperatura del agua sea de 40 °C?

3. Un termómetro se saca de una habitación –donde la temperatura del aire es de 70°F– al exterior donde la temperatura es de 10 °F. Después de medio minuto el termómetro marca 50 °F. ¿Cuánto marca el termómetro cuando $t = 1$ min? ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que la temperatura marcada por el termómetro sea de 15 °F?

4. Una taza de café caliente, inicialmente a 95 °C, al estar en una habitación que tiene una temperatura constante de 21 °C, se enfría hasta 80 °C en 5 min. Determinar la temperatura del café después de 10 min. ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que el café tenga una temperatura de 50 °C?

5. Una barra metálica, cuya temperatura inicial es de 20 °C, se deja caer en un recipiente que contiene agua hirviendo (a 100 °C) y su temperatura aumenta 2 °C después de 1 s. Determinar la temperatura de la barra metálica después de 10 s. ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que la temperatura de la barra sea de 60 °C?

6. Un termómetro que indica 70 °F se coloca en un horno precalentado y mantenido a temperatura constante. A través de una ventana de vidrio del horno, un observador registra que la temperatura marcada por el termómetro es de 110 °F después de medio minuto y de 145 °F después de 1 min. ¿A qué temperatura está el horno?

7. Un termómetro en el que se lee 80 °F se lleva al exterior. Cinco minutos más tarde el termómetro indica 60 °F. Después de otros 5 min el termómetro señala 50 °F. ¿Cuál es la temperatura del exterior?

8. Un material cerámico se saca en cierto momento de un horno cuya temperatura es de 750 °C, para llevarlo a una segunda etapa de un proceso que requiere que el material se encuentre a una temperatura de cuando mucho 200 °C. Suponga que la temperatura de una sala de enfriamiento donde se colocará este cerámico es de 5 °C y que, después de 15 min, la temperatura del material es de 600 °C. ¿En cuánto tiempo el material cerámico estará listo para entrar a la segunda etapa de su proceso?

9. A las 13:00 horas un termómetro que indica 10 °F se retira de un congelador y se coloca en un cuarto cuya temperatura es de 66 °F. A las 13:05, el termómetro indica 25 °F. Más tarde, el termómetro se coloca nuevamente en el congelador. A las 13:30 el termómetro da una lectura de 32 °F. ¿Cuándo se regresó el termómetro al congelador?; ¿cuál era la lectura del termómetro en ese momento?

10. Luis invitó a Blanca a tomar café en la mañana. Él sirvió dos tazas de café. Blanca le agregó crema suficiente como para bajar la temperatura de su café 1 °F. Después de 5 min, Luis agregó suficiente crema a su café como para disminuir su temperatura en 1 °F. Por fin, tanto Luis como Blanca empezaron a tomar su café. ¿Quién tenía el café más frío?

Ejercicios 3.4.1 *Ley de Newton de cambio de temperaturas.* *Página 8*

1. 3 h, 46 min, 18 s.
2. 61.67 °C; 33 min, 44 s.
3. 36.7 °F; 3 min, 4 s.
4. 68 °C; 20 min, 41 s.
5. 37.9 °C; 27.38 s.
6. 390 °F.
7. 40 °F.
8. 1 h, 29 min, 22 s.
9. 13:20:19; 50.22 °F.
10. Luis.