

Vibraciones amortiguadas libres

1. Un resorte de constante k y un amortiguador de constante c están conectados, en uno de sus extremos, a un cuerpo de masa m y en el otro a una pared. El sistema descansa sobre una mesa horizontal sin fricción. Determine la posición y velocidad del cuerpo con las condiciones iniciales $x(0) = x_0$ & $v(0) = v_0$.

a. $m = \frac{1}{2}$ kg, $c = 3$ N·s/m, $k = 4$ N/m, $x(0) = 0$ m, $v(0) = 2$ m/s.

b. $m = 4$ kg, $c = 16$ N·s/m, $k = 16$ N/m, $x(0) = 1$ m, $v(0) = -1$ m/s.

c. $m = \frac{1}{4}$ kg, $c = 5$ N·s/m, $k = 169$ N/m, $x(0) = 0$ m, $v(0) = 16$ m/s.

d 1

2. Un cuerpo de masa igual a 1 kg está unido a un resorte de constante $k = 5$ N/m y a un amortiguador, con constante $c = 2$ N·s/m. Se alarga el resorte una distancia de 0.3 m y se suelta del reposo. Determine los tiempos en que se obtienen los dos primeros desplazamientos máximos y los dos primeros desplazamientos mínimos. Calcule también la amplitud y el ángulo fase del movimiento.

d 2

3. A un sistema masa-resorte, con masa igual a 5 kg y constante del resorte igual a 5 N/m, se le conecta un amortiguador de constante c . Determine la posición y velocidad del cuerpo con las condiciones iniciales $x(0) = 0$ m, $v(0) = 2$ m/s para los siguientes valores de la constante de amortiguamiento: $c = 6, 8, 10, 12$ y 14 N·s/m.

d 3

4. A un sistema masa-resorte, con masa igual a 0.5 kg y constante del resorte igual a 12.5 N/m, se le conecta un amortiguador de constante $c = 4$ N·s/m. Determine la posición y velocidad del cuerpo cuando las condiciones iniciales son $x(0) = 0$ m, $v(0) = 0.2$ m/s; ¿qué ocurre si las condiciones iniciales se modifican a $x(0) = 0$ m, $v(0) = -0.2$ m/s?

d 4

5. Una masa de 1 kg se une a un resorte de constante $k = 4$ N/m. El medio ofrece una fuerza de amortiguamiento que es numéricamente igual a cinco veces la velocidad instantánea. La masa se libera desde un punto situado 0.3 m arriba de la posición de equilibrio, con una velocidad descendente de 2.4 m/s. Determine el tiempo en el que la masa pasa por la posición de equilibrio. Encuentre el tiempo en el que la masa alcanza su desplazamiento extremo. ¿Cuál es la posición de la masa en ese instante?

d 5

6. Un resorte de 21 cm alcanza 30.8 cm después de colgarle una masa de 250 g. El medio por el que se mueve la masa ofrece una fuerza de amortiguamiento igual a 3 veces la velocidad instantánea. Encuentre la ecuación de movimiento, si la masa se libera de la posición de equilibrio, con una velocidad descendente de 2 m/s. Calcule el tiempo en el que la masa alcanza su desplazamiento extremo. ¿Cuál es la posición de la masa en ese instante?

d 6

7. Una masa de 1 kg se fija a un resorte cuya constante es 16 N/m y luego el sistema completo se sumerge en un líquido que ofrece una fuerza amortiguadora igual a 10 veces la velocidad instantánea. Determine la posición de la masa:
- Si la masa se libera del reposo desde un punto situado 0.1 m debajo de la posición de equilibrio.
 - Si la masa se libera desde un punto 0.1 m debajo de la posición de equilibrio, con una velocidad ascendente de 1.2 m/s.

d 7

8. Una fuerza de 2 N alarga un resorte 10 cm. Una masa de 0.2 kg se une al resorte y luego se sumerge el sistema en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento igual a 4 veces la velocidad instantánea. Encuentre la ecuación de movimiento, si en el tiempo $t = 0$ se libera la masa desde el reposo en un punto situado a 5 cm por encima de la posición de equilibrio. ¿Pasará la masa por la posición de equilibrio?

d 8

9. De un resorte de 1.5 m se sujeta una masa de 0.125 kg y el resorte se elonga hasta medir 1.598 m. Se retira la masa y se sustituye con otra de 0.5 kg. Después se coloca el sistema en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento igual a 3 veces la velocidad instantánea.
- Encuentre la ecuación de movimiento, si en el tiempo $t = 0$ se libera la masa desde el reposo en un punto situado 20 cm por encima de la posición de equilibrio.
 - Obtenga el tiempo en el cual la masa pasa por primera vez a través de la posición de equilibrio en dirección hacia arriba.
 - Determine los tiempos en los que la masa pasa por la posición de equilibrio con dirección hacia abajo.
 - Calcule los tiempos en los que la masa tiene velocidad igual a cero y los puntos donde esto ocurre.

d 9

10. Una masa de 3 kg se sujeta a un resorte y se desliza horizontalmente con coeficiente de amortiguamiento c . La constante del resorte es $k = 12$ N/m y el movimiento comienza en la posición de equilibrio $x_0 = 0$ m, con una velocidad inicial diferente de cero.
- Suponiendo que no existe amortiguamiento, ¿qué tiempo tomará al objeto para regresar a la posición de reposo por primera vez?
 - ¿Qué valor de c es necesario para que el sistema presente amortiguamiento crítico?
 - ¿Qué ocurre en el tiempo que se encontró en el inciso a. cuando c aumenta, aproximándose al valor del amortiguamiento crítico?

d 10

11. Una masa de $\frac{1}{2}$ kg se sujeta a un resorte que se encuentra en un medio que posee un coeficiente de amortiguamiento γ . La constante del resorte es $k = \frac{169}{2}$ N/m y el movimiento comienza en la posición de equilibrio con una velocidad inicial positiva de 2.4 m/s.
- Determine el tipo de movimiento que se tiene para $\gamma = 13$.
 - Calcule la posición y la velocidad de la masa para $\gamma = 13$.
 - Determine la posición y la velocidad de la masa para $\gamma = 12$.
 - Obtenga la posición y la velocidad de la masa para $\gamma = 16.25$.

d 11

12. Una masa de $\frac{1}{7}$ kg alarga un resorte en 0.2 m. La masa se coloca a 0.1 m por arriba del punto de equilibrio y luego inicia el descenso con una velocidad positiva de 0.5 m/s. El movimiento se efectúa en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento igual a $\frac{8}{5}$ veces la velocidad instantánea en todo momento. Encuentre la ecuación que describe la posición de la masa en el instante t .

d 12

13. Considere un resorte al que una masa de 0.25 kg alarga en 9.8 cm. La masa está sujeta al resorte y se mueve en un medio que imprime una fuerza de amortiguamiento igual a 5 veces la velocidad instantánea. La masa se coloca a 0.15 m por arriba del punto de equilibrio y se libera con una velocidad negativa de 1.5 m/s. Encuentre la posición de la masa en el tiempo t .

d 13

14. Un resorte de constante $k = 8$ N/m se coloca en forma vertical y colgada de él se tiene una masa de 2 kg. Posteriormente se coloca la masa a una altura de 0.1 m arriba del punto de equilibrio y se suelta con una velocidad positiva de 1.72 m/s. Si el medio ofrece una resistencia igual a $\frac{24}{5}$ veces la velocidad instantánea, determine:
- Los tres primeros tiempos en que la masa pasa por la posición de equilibrio.
 - Los tres primeros tiempos en que la masa se detiene.

d 14

15. Un resorte de constante $k = 8$ N/m se coloca en forma vertical y colgada de él se coloca una masa de 2 kg. Posteriormente se coloca la masa a una altura de 0.1 m arriba del punto de equilibrio y se suelta con una velocidad negativa de 1.48 m/s. Si el medio ofrece una resistencia igual a $\frac{24}{5}$ veces la velocidad instantánea, determine:
- Los tres primeros tiempos en que la masa pasa por la posición de equilibrio.
 - Los tres primeros tiempos en que la masa se detiene.

d 15