Teorema de Convolución y la delta de Dirac

Calcular la TL de las siguientes funciones:

1. a. $f(t) = e^t\delta(t-2)$.
   b. $g(t) = t\delta(t-1)$.
   c. $h(t) = te^{-t}\delta(t+1)$.

   d 1

2. $f(t) = \int_0^t (t-u)^2 \cos 2u \, du$.

   d 2

3. $g(t) = \int_0^t (t-u)e^u \, du$.

   d 3

4. $h(t) = \int_0^t e^{-(t-u)} \operatorname{sen} u \, du$.

   d 4

5. $y(t) + \int_0^t (t-u)y(u) \, du = 1$.

   d 5

6. $y'(t) - \frac{1}{2}\int_0^t (t-u)^2 y(u) \, du = -t, \text{ con } y(0) = 1$.

   d 7

7. $y(t) = t + \int_0^t y(u) \operatorname{sen}(t-u) \, du$.

   d 21

8. $y(t) + 2\int_0^t \cos(t-u)y(u) \, du = e^{-t}$.

   d 6

9. $y'(t) + y(t) = \int_0^t \operatorname{sen}(t-u)y(u) \, du, \text{ con } y(0) = 1$.

   d 8

10. $\frac{d^2y}{dt^2} + y = I_0\delta(t), \quad \text{con} \quad y(0) = y'(0) = 0$.

    d 13

11. $2\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + 2y = \delta(t-5), \quad \text{con} \quad y(0) = y'(0) = 0$.

    d 14

12. $\dfrac{d^2y}{dt^2} + 2\dfrac{dy}{dt} + 3y = \operatorname{sen} t + \delta(t - 3\pi), \quad$ con $\quad y(0) = y'(0) = 0.$

    d 15

13. $\dfrac{d^2y}{dt^2} + y = \delta(t - 2\pi)\cos t, \quad$ con $\quad y(0) = 0$ & $y'(0) = 1.$

    d 16

14. Una masa de 1 g se sujeta a un resorte cuya constante es $k = 4$ din/cm; la masa se aparta del reposo en $t = 0$ a 3 cm bajo la posición de equilibrio y se deja vibrar sin amortiguamiento ni perturbación hasta que en el instante $t = 2\pi$ se le da un golpe con un martillo que le produce un impulso $p = 8$. Determinar el movimiento de la masa.

    d 23