Relaciones.

(1) Sea $A = \{\,a, b\,\}$ y $B = \{\,4, 5, 6\,\}$. Haga una lista de todos los elementos de
 (a) $A \times B$
 (b) $B \times A$

(2) Si A tiene tres elementos y B tiene $n \geq 1$ elementos. Demuestre que $|\,A \times B\,| = 3n$

(3) Si $A \subsetneqq C$ y $B \subsetneqq D$, demuestre que $A \times B \subsetneqq C \times D$

(4) Dar una partición $\mathcal{P}$ de A (el abecedario) tal que $|\,\mathcal{P}\,| = 4$ y un elemento de $\mathcal{P}$ contiene las letras de tu nombre.

(5) Dar una partición $\mathcal{P}$ de A (el abecedario) tal que $|\,\mathcal{P}\,| = 3$ y cada elemento de $\mathcal{P}$ contiene al menos 5 letras.

(6) Sean A, B y C subconjuntos de $\mathcal{U}$. Demuestre que $A \times (B \bigcup C) = (A \times B) \bigcup (A \times C)$

(7) Sean A, B y C subconjuntos de $\mathcal{U}$. Demuestre que $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

(8) Sea $A \subsetneqq B$. Describa cómo usar una partición de B para producir una partición de A.

(9) Sea $S = A \times B$. Si $|\,A\,| = m$ y $|\,B\,| = n$ ¿Cuántas relaciones existen en el conjunto S?.

(10) Sean A, B conjuntos con $|\,B\,| = 3$. Si hay $4\,096$ relaciones entre A y B, calcular $|\,A\,|$.

(11) Sea $A = \{\,1, 2, 3, 4\,\}$.Determine si la cada una de la siguientes relaciónes es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva.
 (a) $R = \{\,(1,3), (1,1), (3,1), (1,2), (3,3), (4,4)\,\}$
 (b) $R = \{\,(1,2), (1,3), (3,1), (1,1), (3,3), (3,2), (1,4), (4,2), (3,4)\,\}$

(12) Determine si la relación es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva, en cada caso.
 (a) $A = Z^+$; $aRb \Leftrightarrow |\,a - b\,| \leq 2$
 (b) $A = Z$; $aRb \Leftrightarrow a + b$ es par.

(13) Sea $A = \{\,1, 2, 3, 4\,\}$ y sea R una relación en A definida por.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcule A/R

(14) Si $A = \{\,1, 2, 3, 4\,\}$. Dar una relación R en A que sea:
 (a) Reflexiva y simétrica, pero no transitiva.
 (b) Reflexiva y transitiva, pero no simétrica.
 (c) Simétrica y transitiva, pero no reflexiva.

(15) Sea $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Defina la siguiente relación R en A: $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$
 (a) Demuestre que R es una relación de equivalencia.
 (b) Calcule A/R

[1100]canek.azc.uam.mx: 8/ 3/ 2007

(16) Sea $A = \{ a, b, c, d, e \}$ y sea R una relación en A definida por.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcule A/R

(17) Sea $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ y $A = S \times S$. Defina la siguiente relación R en A: $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = bc$
 (a) Demuestre que R es una relación de equivalencia.
 (b) Calcule A/R

(18) Demuestre que su R_1 y R_2 son relaciones de equivalencia en A entonces $R_1 \bigcap R_2$ es una relación de equivalencia en A.

(19) Si $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ y R es una relación de equivalencia en A que origina la partición $A = \{ 1, 2 \} \bigcup \{ 3, 4 \} \bigcup \{ 5 \}$. Proporciona los elementos de R.

(20) Si $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ y $R = \{ (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (5, 5), (6, 6) \}$ es una relación de equivalencia en A
 (a) Proporcionar [1],[2] y [3] en esta relación de equivalencia.
 (b) Proporcionar la partición en A que origina R.

(21) Si $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ defina R en A por $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a = c$
 (a) Demuestre que R es una relación de equivalencia
 (b) Describa las clases de equivalencia.

(22) Encuentre todos los ordenes parciales sobre el conjunto $A = \{ a, b, c \}$

(23) Dibuje el diagrama de Hasse para el poset $(\mathcal{P}(\mathcal{U}), \subseteqq)$ donde $\mathcal{U} = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

(24) Determine el diagrama de Hasse sobre $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ de la relación definida por:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(25) Determine los elementos maximales y minimales de la relación divisibilidad definida en el conjunto $A = \{ 2, 3, 4, 6, 8, 24, 48 \}$

(26) Determine los elementos mayor y menor, si existen, de la relación divisibilidad definida en el conjunto $A = \{ 2, 4, 6, 8, 12, 18, 24, 36, 72 \}$

(27) Determine si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos.
 (a) Todo poset no vacío tiene un elemento maximal
 (b) Todo poset no vacío tiene un elemento mayor
 (c) Todo poset no vacío tiene un elemento minimal
 (d) Todo poset no vacío tiene un elemento menor