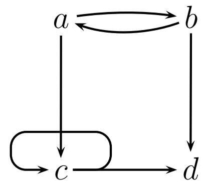
Relaciones.[500]

(1) Trace la digráfica de la relación $R = \{ (1,2), (2,1), (3,3), (1,1), (2,2) \}$ sobre $X = \{ 1, 2, 3 \}$.

(2) Escriba la relación como un conjunto de pares ordenados



(3) Sea la relación R sobre el conjunto $\{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ definida mediante la regla $(x, y) \in R$ si 3 divide a $x - y$.
  (a) Enumere los elementos de R.
  (b) Enumere los elementos de R^{-1}.
  (c) Determine el dominio de R.
  (d) Concluya el rango de R.
  (e) Delimite el dominio de R^{-1}.
  (f) Determine el rango de R^{-1}.

(4) Determine si cada relación definida sobre el conjunto de enteros positivos es reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva o un orden parcial.
  (a) $(x, y) \in R$ si $x = y^2$.
  (b) $(x, y) \in R$ si 3 divide a $x - y$.

(5) Sea X un conjunto no vacío. Defina una relación sobre $P(X)$, el conjunto potencia de X, como $(A, B) \in R$ si $A \subseteq B$. ¿Es esta relación reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva o un orden parcial?

(6) Sean R y S relaciones sobre X. Determine si cada afirmación es verdadera o falsa. Si la afirmación es falsa, proporcione un contraejemplo.
  (a) Si R y S son transitivas, entonces $R \bigcup S$ es transitiva.
  (b) Si R y S son transitivas, entonces $R \bigcap S$ es transitiva.
  (c) Si R y S son transitivas, entonces $R \circ S$ es transitiva.
  (d) Si R es transitiva, entonces R^{-1} es transitiva.
  (e) Si R y S son reflexivas, entonces $R \bigcup S$ es reflexiva.
  (f) Si R y S son reflexivas, entonces $R \bigcap S$ es reflexiva.
  (g) Si R y S son reflexivas, entonces $R \circ S$ es reflexiva.
  (h) Si R es reflexiva, entonces R^{-1} es reflexiva.
  (i) Si R y S son simétricas, entonces $R \bigcup S$ es simétrica.
  (j) Si R y S son simétricas, entonces $R \bigcap S$ es simétrica.
  (k) Si R y S son simétricas, entonces $R \circ S$ es simétrica.
  (l) Si R es simétrica, entonces R^{-1} es simétrica.
  (m) Si R y S son antisimétricas, entonces $R \bigcup S$ es antisimétrica.
  (n) Si R y S son antisimétricas, entonces $R \bigcap S$ es antisimétrica.
  (o) Si R y S son antisimétricas, entonces $R \circ S$ es antisimétrica.
  (p) Si R es antisimétrica, entonces R^{-1} es antisimétrica.

(7) ¿Qué es incorrecto en el siguiente argumento, el cual supuestamente muestra que para cualquier relación R sobre X que sea simétrica y transitiva es reflexiva?
Sea $x \in X$. Utilizamos la simetría para tener (x, y) y (y, x) ambos en R. Como $(x, y), (y, x) \in R$, por transitividad tenemos $(x, x) \in R$. Por lo tanto, R es reflexiva.

[500] canek.azc.uam.mx: 13/ 10/ 2006