(1) Dé un ejemplo de una función que sea uno a uno pero no sobre.

(2) Dé un ejemplo de una función que sea sobre pero no uno a uno.

(3) Dé un ejemplo de una función que no sea uno a uno ni sobre.

(4) Dada
$$f = \left\{ (x, x^2) \,\middle|\, x \in X \right\},$$
una función de $X = \{ -5, -4, ..., 4, 5 \}$ al conjunto de enteros, escriba f como un conjunto de pares ordenados. ¿Es f uno a uno o sobre?

(5) Sea g una función de X en Y y sea f una función de Y en Z. Escriba “verdadero” si la afirmación es verdadera, si la afirmación es falsa, proporcione un contraejemplo.
(a) Si f es uno a uno, entonces $f \circ g$ es uno a uno.
(b) Si f y g son sobre, entonces $f \circ g$ es sobre.
(c) Si f y g son uno a uno y sobre, entonces $f \circ g$ es uno a uno y sobre.
(d) Si $f \circ g$ es uno a uno, entonces f es uno a uno.
(e) Si $f \circ g$ es uno a uno, entonces g es uno a uno.
(f) Si $f \circ g$ es sobre, entonces f es sobre.

(6) Sea f una función de X en Y. Defina una relación R sobre X como
$$xRy \text{ si } f(x) = f(y).$$
Muestre que R es una relación de equivalencia sobre X.

(7) Sea f una función de X en Y. Sea
$$S = \left\{ f^{-1}(\{y\}) \,\middle|\, y \in Y \right\}.$$
Muestre que S es una partición de X. Describa una relación de equivalencia que dé lugar a esta partición.

(8) Sea R una relación de equivalencia sobre un conjunto A. Defina una función f de A en el conjunto de clases de equivalencia de A mediante la regla
$$f(x) = [x].$$
¿Cuándo ocurre que $f(x) = f(y)$?

Si X y Y son conjuntos, decimos que X es equivalente a Y si existe una función uno a uno y sobre de X en Y.

(9) Muestre que la equivalencia de conjuntos es una relación de equivalencia.

(10) Si X y Y son conjuntos finitos y X es equivalente a Y, ¿qué nos dice esto acerca de X y de Y?

(11) Muestre que los conjuntos $\{ 1, 2, 4, ... \}$ y $\{ 1, 4, 8, ... \}$ son equivalentes.

(12) Sean X y Y conjuntos. Muestre que existe una función uno a uno de X en Y si y sólo si existe una función de Y sobre X.

[700] canek.azc.uam.mx: 13/ 10/ 2006