

# Tema 4

## Permutaciones y combinaciones

### 4.1 La regla de la suma

Si se puede realizar una tarea de  $n_1$  maneras, mientras que una segunda tarea se puede efectuar de  $n_2$  maneras y no se pueden realizar las dos tareas simultáneamente, entonces realizar cualquiera de ellas se puede lograr de  $n_1 + n_2$  maneras.

### 4.2 La regla del producto

Si un procedimiento se puede separar en dos etapas y si hay  $n_1$  posibles resultados para la primera etapa y  $n_2$  resultados para la segunda etapa, entonces el procedimiento total, se puede realizar en el orden asignado, de  $n_1 \cdot n_2$  maneras.

### 4.3 El principio del palomar

$\lceil x \rceil$  es el menor entero mayor o igual a  $x$

1. Su  $m$  palomas ocupan  $n$  nidos y  $m > n$  entonces hay al menos un nido con dos o más palomas
2. Si  $N$  objetos se colocan en  $k$  cajas, entonces existe al menos una caja que contiene al menos  $\left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil$  objetos

### 4.4 Permutaciones

Una permutación de un conjunto es un arreglo ordenado de sus elementos.

$P(n, r)$  es el número de  $r$ -permutaciones (permutaciones de  $r$  elementos) de un conjunto de  $n$  elementos.

$$P(n, r) = n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)$$

$$n! = P(n, n)$$

## 4.5 Combinaciones

Una  $r$ -combinación de elementos de un conjunto es una selección no ordenada de  $r$  elementos del conjunto, es decir, es un subconjunto del conjunto con  $r$  elementos.

$C(n, r)$  es el número de  $r$ -combinaciones de un conjunto de  $n$  elementos.

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$C(n, r) = C(n, n-r)$$

$$\text{Identidad de Pascal: } C(n+1, k) = C(n, k-1) + C(n, k)$$

$$\sum_{k=0}^n C(n, k) = 2^n$$

$$\text{Identidad de Vandermonde: } C(m+n, r) = \sum_{k=0}^r C(m, r-k)C(n, k)$$

$$\text{Binomio de Newton: } (x+y)^n = \sum_{j=0}^n C(n, j)x^{n-j}y^j$$

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k C(n, k) = 0$$