Permutaciones y combinaciones.[500]

(1) ¿Cuántas cadenas de ocho bits comienzan con 0 y terminan con 101?

(2) ¿De cuántas formas podemos elegir tres libros, cada uno de un tema distinto, de un conjunto de seis libros diferentes de historia, nueve libros distintos de literatura clásica, siete libros diferentes de derecho y cuatro libros distintos de enseñanza?

(3) ¿Cuántas funciones existen de un conjunto de n elementos sobre $\{0, 1\}$?

(4) Un comité de siete personas compuesto por Greg, Hwang, Isaac, Jasmine, Kirk, Lynn y Manuel debe elegir un presidente, un vicepresidente, un presidente de eventos sociales, un secretario y un tesorero. ¿De cuántas formas pueden otorgarse los puestos si Greg es el secretario o bien no tiene puesto?

(5) ¿Cuántas 3-combinaciones de seis objetos existen?

(6) ¿Cuántas cadenas pueden formarse ordenando las letras $ABCDEF$ si A aparece antes de C y E aparece antes que C?

(7) ¿Cuántas manos de seis cartas extraídas de una baraja normal con 52 cartas contienen tres cartas de un palo y tres cartas de otro palo?

(8) Un embarque de 100 discos compactos contiene cinco discos defectuosos. ¿De cuántas formas puede elegirse un conjunto de cuatro discos compactos que contenga más discos defectuosos que no defectuosos?

(9) ¿Cuántas cadenas pueden formarse ordenando las letras de la palabra $ILLINOIS$?

(10) ¿Cuántas cadenas pueden formarse ordenando las letras de la palabra $ILLINOIS$ si alguna I aparece antes de alguna L?

(11) ¿De cuántas formas pueden repartirse 12 libros distintos entre cuatro estudiantes, si cada estudiante debe tener cuatro libros?

(12) ¿Cuántas soluciones enteras de

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17$$

satisfacen $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 1, \quad x_3 \geq 2, \quad x_4 \geq 3$?

(13) Desarrolle la expresión $(s - r)^4$ mediante el teorema del binomio.

(14) Determine el coeficiente de x^3yz^4 en el desarrollo de $(2x + y + z)^8$.

(15) Utilice el teorema del binomio para demostrar que

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{n-k}(-1)^k C(n, k) = 1$$

(16) Gire el triángulo de Pascal en contra del sentido de las manecillas del reloj, de modo que el renglón superior conste de unos. Explique por qué el segundo renglón enumera los enteros positivos en orden: 1, 2, ...

[500] canek.azc.uam.mx: 9/ 11/ 2006

(17) Muestre que todo conjunto de 15 calcetines elegidos entre 14 pares de calcetines tiene al menos un par correcto.

(18) 19 personas tienen por nombre Zeke, Wally o Linda, por segundo nombre Lee y David, y por apellido Yu, Zamora y Smith. Muestre que al menos dos personas tienen los mismos primeros nombres, segundos nombres y apellidos.

(19) Un inventario consta de una lista de 200 artículos, cada uno marcado como "disponible" o "no disponible". Existen 110 artículos disponibles. Muestre que existen al menos dos artículos disponibles en la lista a exactamente 19 artículos de distancia.

(20) Sea $P = \{ p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 \}$ un conjunto de cinco puntos (distintos) en el plano euclidiano ordinario, cada uno de los cuales tiene coordenadas enteras. Muestre que para algún par, su punto medio tiene coordenadas enteras.